

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

Escuela Politécnica Superior – Leganés

**GRADO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y
AUTOMÁTICA**



TRABAJO FIN DE GRADO

MODELOS DE EMERGENCIA DE NORMAS SOCIALES

**AUTOR: ALBERTO GRACILIANO CABRERIZO FUENTES
TUTOR: ÁNGEL SÁNCHEZ SÁNCHEZ**

AGRADECIMIENTOS

En estas líneas termina una etapa que me ha visto madurar intelectual y moralmente. En este momento, echo la vista hacia atrás y me doy cuenta de todo lo que la Universidad Carlos III de Madrid, y su gente, ha hecho por mí.

En primer lugar quiero agradecer a mi tutor de Trabajo de Fin de Grado, Ángel Sánchez Sánchez (Anxo), profesor del Departamento de Matemáticas, todo su apoyo, dedicación y ayuda en este trabajo del que tanto he aprendido y disfrutado.

Por otro lado, quiero agradecer a cuantos Profesores de la Universidad Carlos III de Madrid motivaron en mí la constancia, no exenta de conocimientos durante mis años académicos.

Asimismo, corresponder el ánimo y el apoyo recibido por mi familia y amigos en general, - en especial de mis padres, Javier y Concha, de mis hermanos Mireya, Javier y Jesús, de Mari Paz- a los cuales les dedico este Proyecto con todo mi cariño.

Si por algo me siento un hombre afortunado, es por vosotros.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	6
2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO	8
3. DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO A SEGUIR.....	10
3.1. Convergencia al 0% de cooperadores.	11
3.2. Convergencia a un valor mayor que el 50% de cooperadores.	14
3.3. Convergencia a un valor menor que el 50% de cooperadores.	17
3.4. Estrategia a seguir.....	19
3.5. Casos especiales.	20
4. SIMULACIONES.....	23
4.1. Simulaciones cambiando el tamaño de la muestra.....	23
4.2. Simulaciones comparando el modo de actualización.	26
4.3. Simulaciones cambiando el peso de la norma.....	28
4.4. Simulaciones cambiando la sensibilidad.	29
5. CONCLUSIONES.....	37
6. REFERENCIAS	39
ANEXO I	41
1. Simulaciones con actualización asíncrona, cambiando el tamaño de la muestra, con un intervalo de sensibilidades [0, 2.5] con mayor densidad de cooperadores potenciales y aceptación de la norma $\alpha = 1.0$	42
1.1. Simulaciones con $N=500$	42
1.2. Simulaciones con $N=1000$	45
1.3. Simulaciones con $N=2000$	47
2. Simulaciones cambiando el modo de actualización, con aceptación de la norma $\alpha = 1.0$, y con un intervalo de sensibilidades [0, 2.5] con mayor densidad de cooperadores potenciales.....	50
2.1. Simulaciones con $N=1000$ y actualización síncrona.....	50
2.2. Simulaciones con $N=2000$ y actualización síncrona.....	52
3. Simulaciones cambiando el peso de la norma α , con $N=2000$ y actualización síncrona, con intervalo de sensibilidad [0, 2.5] con mayor densidad de cooperadores potenciales. ...	55
3.1. Simulaciones con $\alpha=0.75$	55
3.2. Simulaciones con $\alpha=0.5$	57
3.3. Simulaciones con $\alpha=0.25$	59
3.4. Simulaciones con $\alpha=0.1$	61

4. Simulaciones cambiando la distribución de sensibilidades para una aceptación de la norma $\alpha = 1.0$, e intervalo de sensibilidades $[0, 2.5]$.	64
4.1. Simulaciones con mayor densidad de agentes indecisos.	64
4.2. Simulaciones con mayor densidad de agentes defectores potenciales.	66
5. Simulaciones cambiando la distribución de sensibilidades para una aceptación de la norma $\alpha = 0.5$.	69
5.1. Simulaciones con mayor densidad de agentes indecisos.	69
5.2. Simulaciones con mayor densidad de agentes defectores potenciales.	70
6. Simulaciones cambiando el intervalo de distribución de sensibilidades para una aceptación de la norma $\alpha = 1.0$, y con actualización síncrona.	73
6.1. Simulaciones con el intervalo de sensibilidades $[0, 1.5]$.	73
6.2. Simulaciones con el intervalo de sensibilidades $[0, 3.5]$.	75
7. Simulaciones cambiando el intervalo de distribución de sensibilidades para una aceptación de la norma $\alpha = 0.5$.	78
7.1. Simulaciones con el intervalo de sensibilidades $[0, 1.5]$.	78
7.2. Simulaciones con el intervalo de sensibilidades $[0, 3.5]$.	80

1. INTRODUCCIÓN

El interés cada vez mayor de los físicos para contribuir a la comprensión de los fenómenos colectivos en sistemas sociales [Castellano et al. (2009)] se ha centrado sobre todo en torno a modelos muy estilizados, a menudo directamente tomados de la física y usando argumentos más o menos vagos para justificar su contexto social [D. Stauffer (2003)]. En este trabajo seguimos una ruta menos común, es decir, trabajar con un modelo que propuesto en, y tomado directamente de, las ciencias sociales. El propósito del trabajo es estudiar el efecto de las normas sociales en la emergencia de la cooperación. Para ello partimos de un trabajo anterior [Tessone et al. (2013)] en el que se estudia la dinámica desde el punto de vista físico de la resonancia inducida por diversidad, para arrojar nueva luz sobre la cooperación sostenible en una sociedad donde algunas fracciones no se adhieren a apoyarlo. Nuestro objetivo concreto en este trabajo es intentar entender la aparición de esa diversidad en lo relativo a la respuesta de los agentes a la norma social.

Es importante revisar el contexto en el que se enmarca el modelo original. En un sistema consistente en elementos distintos y no idénticos, la resonancia inducida por diversidad se puede definir como la aparición de una respuesta máxima a una señal externa, dependiendo del grado de diversidad. Este fenómeno fue descrito por primera vez en la referencia [Tessone et al. (2006)], en el contexto de los sistemas acoplados biestables o excitables que están sujetos a una señal por debajo del umbral de excitación. Se demostró que existe un nivel óptimo de diversidad (ruido congelado) de las unidades de acoplamiento que maximiza la respuesta a la señal. Trabajos posteriores mostraron que se puede observar un comportamiento similar en otros sistemas físicos, lo que refuerza la noción de que este tipo de resonancia puede ser un fenómeno bastante general. De hecho, la resonancia inducida por diversidad también aparece en modelos relacionados con física aplicada a sistemas sociales: Fue encontrado en modelos discretos de formación de opinión [C. J. Tessone (2009)], tales como el modelo de Galam [S. Galam (1997)], y en modelos continuos, [T. Vaz Martins et al. (2010)], de los cuales el modelo de Deffuant [G. Deffuant (2000)] es un ejemplo paradigmático. En todos los casos, la opinión promedio se sincroniza con las señales externas o influencias cuando la diversidad de las opiniones preferentes alcanza un valor óptimo.

La investigación aquí presentada generaliza la resonancia inducida por diversidad mediante la demostración de su aparición en un modelo puramente económico de las normas sociales y sus efectos en la cooperación [M. Spichting (2011)]. En lugar de confiar en un modelo basado en la física, aquí estudiamos un modelo establecido desde la literatura económica en el que la diversidad y la conducción externa se introducen basándonos en consideraciones económicas. En el trabajo [Tessone et al. (2013)], se introduce la diversidad naturalmente como una propensión idiosincrática a seguir una norma social. Se demuestra en este modelo que hay un intervalo óptimo de la diversidad, lo que lleva a la sociedad a seguir esas normas como conjunto. A diferencia de la configuración de los modelos de resonancia inducida por diversidad estudiados

normalmente en la literatura física, en este caso la diversidad aparece de forma multiplicativa, y sus dinámicas están dadas por los enfoques propios de la teoría de juegos evolutiva. Sobre la base de estos hallazgos, lo que ahora nos proponemos es aplicar la dinámica evolutiva para ver si se puede explicar de manera natural la aparición de diversidad y, si es así, si esta se aproxima a los valores óptimos. La manera en la que introduciremos el modelo será descrita más abajo, tras haber presentado el modelo original.

2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

Como acabamos de decir, en este trabajo nos centramos en la cuestión de las normas y en el origen y consecuencias de una población diversa con cooperadores condicionales que interactúan en un escenario de Bienes Públicos. Por lo tanto, investigamos cómo influye la diversidad en la respuesta a los esfuerzos exógenos para promover la cooperación a través de las normas sociales, y como esa influencia condiciona la aparición de la respuesta a la norma. Partimos de un modelo propuesto por Spichtig y Traxler [Spichtig et al. (2011)], en el que se considera que se aplica una norma contra los agentes defectores, es decir, sobre los que no contribuyen al Bien Público (la norma se aplica interna o externamente). Este efecto se implementa mediante la adición de una contribución a la función de utilidad de tal manera que la defección (es decir, no contribuir al Bien Público y beneficiarse de la utilidad) está fuertemente castigada, pero el castigo se debilita a medida que este comportamiento parasítico se hace más abundante en la población. Esta norma se puede entender en términos de cooperación condicional dado que lleva a una mayor disposición a cooperar cuando la población es en su mayoría cooperadora, mientras que la propensión a cooperar disminuye si menos participantes cooperan.

Ahora vamos a poner en práctica estas ideas en un modelo bien definido construido sobre la propuesta original de Spichtig y Traxler [Spichtig et al. (2011)]. Consideramos una población de N agentes que pueden realizar una de dos posibles acciones contrarias, cooperar o no cooperar, $\sigma_i \in \{0,1\}$ para $i = 1 \dots N$. Suponemos que los agentes "cooperadores" toman la acción $\sigma = 1$, contribuyendo de esta manera al bien público, mientras que "defectores" toman la acción $\sigma = 0$ y no contribuyen al bien público. Definimos la densidad de cooperadores como $n_c \equiv N_c/N$ y la densidad de los "defectores" como $n_f \equiv 1 - n_c = N_f/N$, con lo que la función de utilidad (o rentabilidad) por agente se define como:

$$u_i(\sigma_i, \theta_i, n_c) \equiv -c\sigma_i + \frac{r}{N} \sum_{j=1}^N \sigma_j + (\sigma_i - 1)\theta_i s(n_c)$$

El primer término de la ecuación representa el coste c que cada agente aporta al bien público, y obviamente solo influye si el agente i es cooperador, o sea, $\sigma_i = 1$. El segundo término representa el beneficio r/N de cada agente, resultante del Bien Público, y se aplica independientemente de la acción del agente σ_i , por lo que los agentes defectores salen beneficiados si no se compensa el efecto de la contribución del primer término. Ambos términos describen la función de utilidad de un juego clásico de Bienes Públicos. El tercer término describe un efecto adicional resultante a partir de la existencia de una norma social, o la presión social, a la hora de cooperar.

Los agentes con $\sigma_i = 0$, defectores, tienen que hacer frente a una sanción (interna o externa) [J. Coleman et al. (1990)], que no es aplicable para los colaboradores con $\sigma = 1$. Asumimos que la fuerza de la presión social $s(n_c)$ depende de la densidad de cooperadores. Si n_c es pequeña, es decir, si la acción de no cooperar está muy extendida, la desviación por parte de los agentes defectores recibirá menores sanciones. Asumimos por lo tanto que $s(n_c)$ aumenta monótonamente con n_c , con $s(1) > 0$ y $\lim_{n_c \rightarrow 0} s(n_c) = 0$. En nuestros estudios elegiremos por sencillez una función lineal $s(n_c) = \alpha n_c$, con $\alpha > 0$, ya que si no el tercer término quedaría completamente anulado.

Finalmente, tenemos en cuenta que no todos los agentes pueden ser propensos a la presión social de la misma manera. Para hacer frente a esta sensibilidad individual a la norma social, introducimos una nueva variable θ , por lo que cada agente tendrá una sensibilidad θ_i . Debemos señalar que los valores negativos de θ_i implican una contribución positiva a la utilidad de su agente correspondiente percibida por la violación de la norma social, esto representa la presencia de inconformistas o jokers [A. arenas et al. (2011)] en la población, los cuales están dispuestos a ir en contra del sistema con el fin de beneficiarse.

3. DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO A SEGUIR

Como ya hemos dicho, el objetivo del presente trabajo es intentar ver si evolutivamente puede aparecer la variación de sensibilidad necesaria en la población para poder experimentar resonancia inducida por diversidad. Para ello, a continuación introducimos el algoritmo evolutivo que vamos a utilizar, explicando en detalle su implementación. En cuanto a los parámetros del modelo sobre los que queremos sacar conclusiones, nos vamos a ocupar en concreto del número de cooperadores iniciales (n_c), el peso de la norma (α), el factor de multiplicación (r), y la distribución de sensibilidades (θ). Para ello se realizarán simulaciones variando cada uno de estos parámetros con el objetivo de observar la convergencia del sistema y las características de la población resultante. Las simulaciones se realizarán para diferentes tamaños de muestra, con el objetivo de ver cuánto tarda la norma en emerger o en caer, o sea, que los cooperadores finales alcancen un punto fijo.

Las simulaciones se llevarán a cabo con el siguiente procedimiento:

- 1- Inicialización de n_c . La primera decisión de cada jugador será aleatoria, aunque se aplicará un umbral para controlar el número de cooperadores iniciales. Asimismo, se inicializa la sensibilidad de cada jugador en un intervalo $[\theta_l, \theta_h]$.
- 2- Cálculo de la función de utilidad.
- 3- Comparación de la utilidad inicial con la utilidad que hubiese obtenido el individuo si hubiese tomado la decisión contraria. Para este proceso tenemos dos tipos de actualización, la asíncrona, donde por cada ciclo se mira un único individuo al azar y luego se recalcula la utilidad del resto de individuos acorde con la decisión tomada por el individuo, y la actualización en paralelo, o actualización síncrona, donde todos los individuos son examinados en el mismo ciclo y se recalcula la utilidad de todos los individuos una vez que se han examinado todos.

Si el individuo seleccionado había tomado una decisión inicial (σ_j) y obtuvo una utilidad (u_j), se le asigna la decisión contraria (σ'_j) y se recalcula su función de utilidad (u'_j) acorde con la nueva decisión y se realiza la siguiente comparación:

	$\sigma_j = 1 \quad (\sigma'_j = 0)$	$\sigma_j = 0 \quad (\sigma'_j = 1)$
$u'_j > u_j$	El individuo cambia de decisión (pasa de cooperar a no cooperar) y su sensibilidad disminuye un valor $\Delta\theta$.	El individuo cambia de decisión (pasa de no cooperar a cooperar) y su sensibilidad aumenta un valor $\Delta\theta$.
$u'_j < u_j$	El individuo mantiene su decisión de cooperar y su sensibilidad aumenta un valor $\Delta\theta$.	El individuo mantiene su decisión de no cooperar y su sensibilidad disminuye un valor $\Delta\theta$.

Atendiendo a esta matriz de pagos, más adelante podremos comprobar que aunque el número de cooperadores se haya estabilizado en un valor fijo la sensibilidad de cada agente variará cada vez que este sea comprobado.

- 4- Se repite este último paso anterior hasta que el número de cooperadores (N_c) haya alcanzado algún valor fijo. En las simulaciones empezaremos por poner un número elevado de ciclos y veremos cuanto tarda en estabilizarse la respuesta. El número de ciclos dependerá del tamaño de la muestra.

Con este procedimiento podemos distinguir tres casos distintos de convergencia en la evolución, dependiendo de la combinación entre la distribución de sensibilidades (θ), el peso de la norma (α), el factor de multiplicación (r) y el número de cooperadores iniciales (n_c) referidos al tamaño de la población. Sobre estos casos realizaremos el estudio y sacaremos las conclusiones.

Los tipos de convergencia sobre los que basamos este trabajo que se han obtenido en las simulaciones, que se explicarán mas adelante, son convergencia al 0%, convergencia a valores mayores que el 50% y convergencia a valores menores que el 50%. Este último tipo de convergencia es un caso que podemos considerar como límite, y al aparecer nos indica que si alguna de las condiciones iniciales del sistema hubiese sido un poco más desfavorable, la convergencia habría sido a un sistema con solo defectores.

3.1. Convergencia al 0% de cooperadores.

El caso que ponemos como ejemplo tiene un tamaño de población de 1000 individuos, 40.000 ciclos de repetición, un factor de multiplicación de 200 (20% referido a la población) y 570 cooperadores iniciales (57%), un peso de la norma máximo ($\alpha=1$), y una sensibilidad repartida en el intervalo $[0,2.5]$ con dominio de agentes con sensibilidades altas (inicialmente hay mas individuos con una sensibilidad mayor que el punto intermedio 1.25) tal y como vemos en la figura 3.1.1 en la que se representa la distribución inicial de sensibilidades mediante un histograma. También debemos indicar que se va a aplicar una actualización asíncrona.

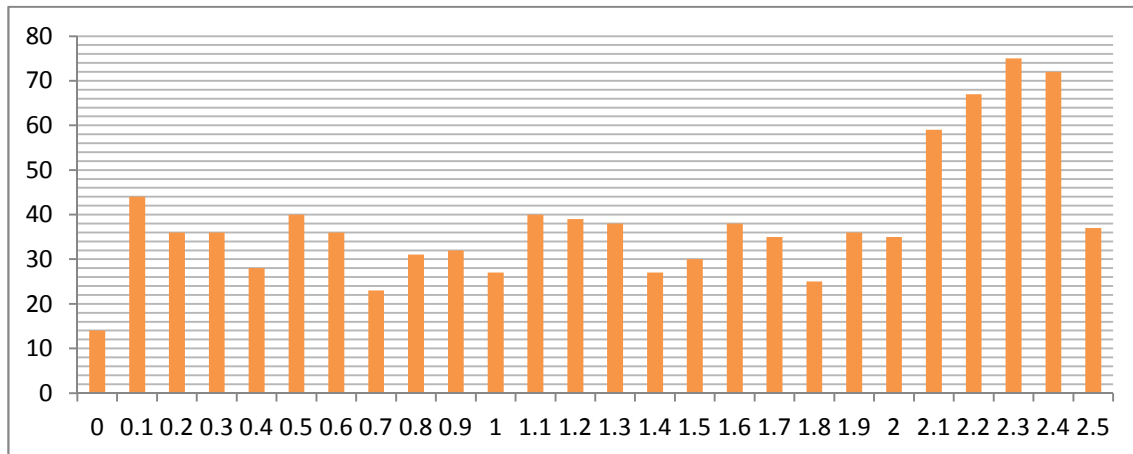


Figura 3.1.1. Histograma de sensibilidades inicial desplazado hacia la derecha.

En esta simulación el número de cooperadores finales fue cero, tal como muestran los siguientes gráficos:

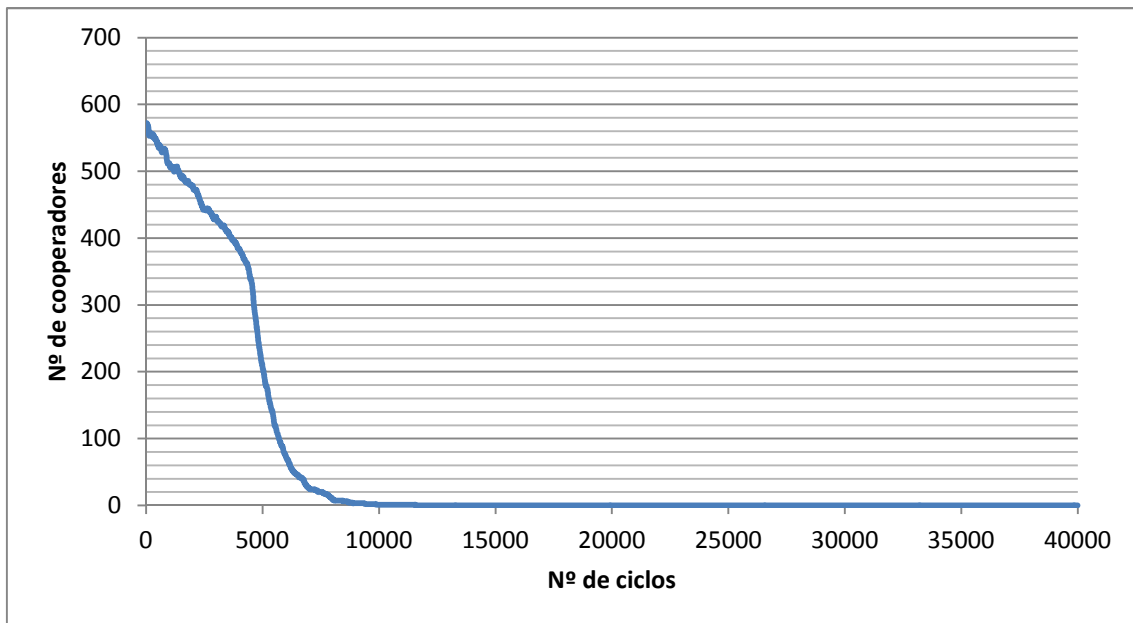


Figura 3.1.2. Evolución del número de cooperadores en 40.000 ciclos.

Vemos que para este tamaño de población, 40.000 ciclos de actualización asíncrona son muchos, por lo que los reduciremos a 12.000, que es donde se estabiliza la respuesta.

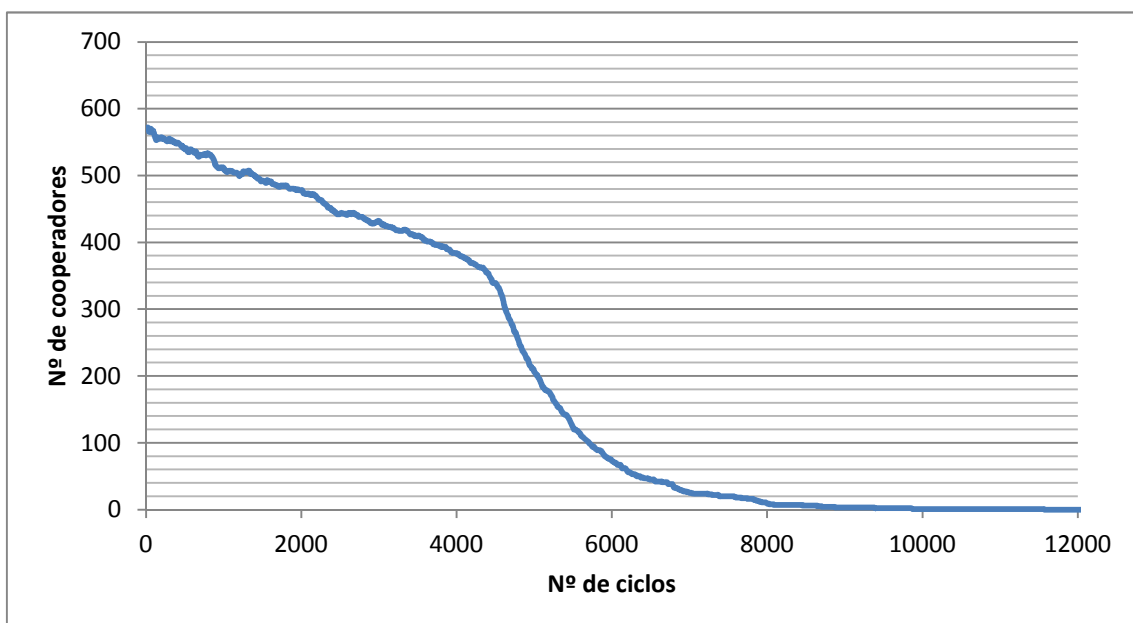


Figura 3.1.2. Evolución del número de cooperadores en 12.000 ciclos.

Como los cooperadores finales representan el 0% de la población, la evolución de la sensibilidad media de la población es decreciente ya que cada vez que comprobamos un agente éste afirma su decisión de no cooperar y disminuye su sensibilidad. Vemos que la evolución de la sensibilidad media acaba teniendo una pendiente de $\frac{-\Delta\theta}{N}/\text{ciclo}$, en este caso $\Delta\theta=0,015$, coincidiendo con el punto en que se agudiza la caída del número de cooperadores, como se muestra en el siguiente gráfico:

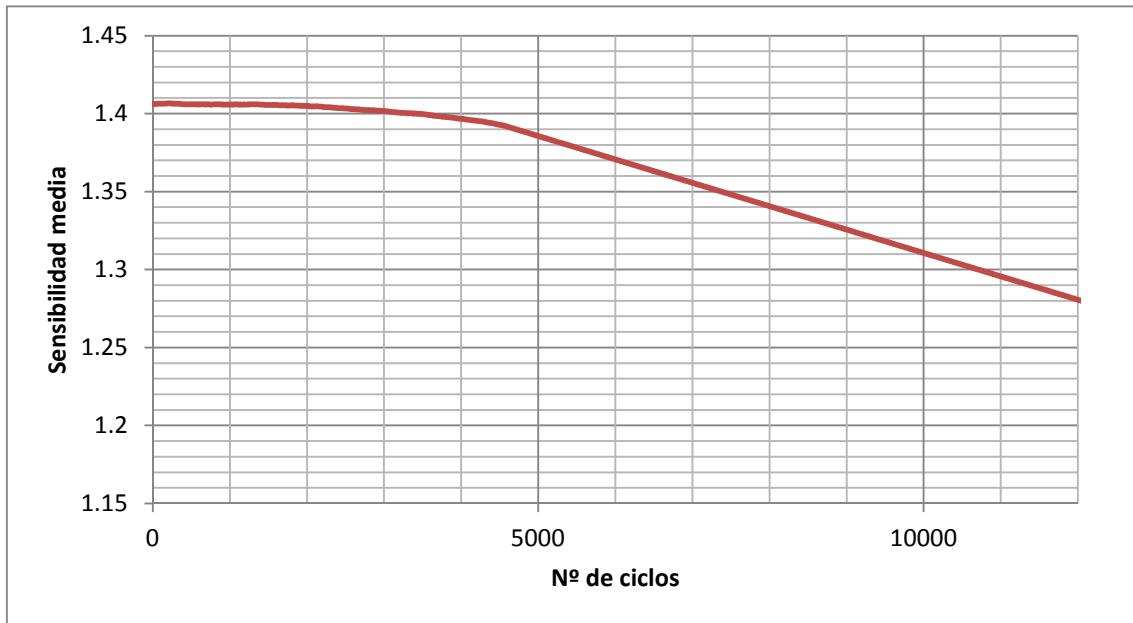


Figura 3.1.4 Evolución de la sensibilidad media respecto al número de ciclos.

Por último tenemos que ver como ha quedado la distribución de sensibilidades:

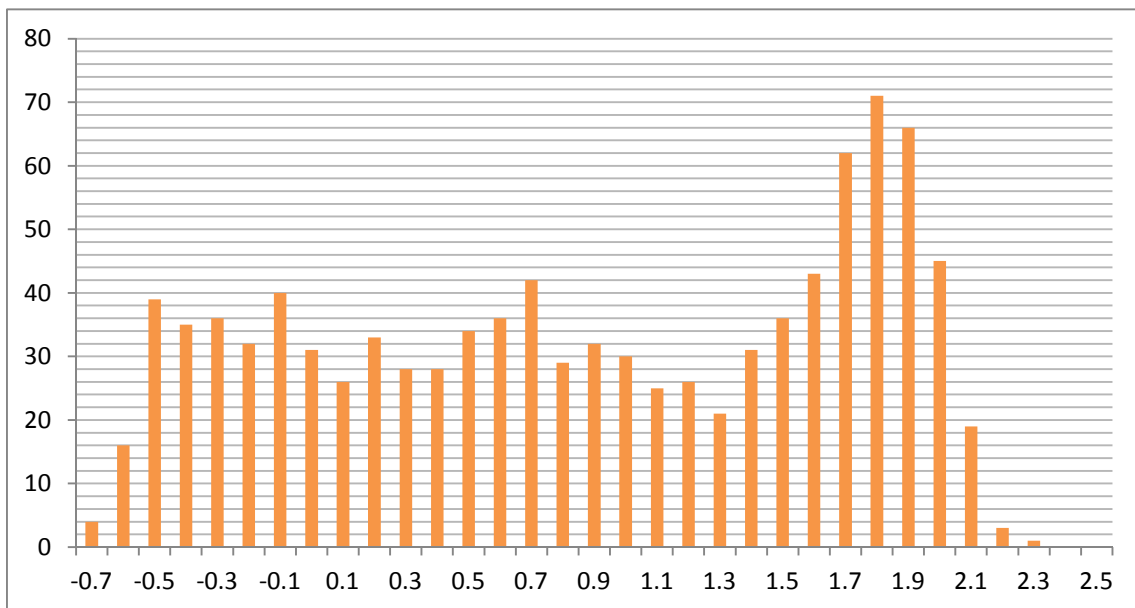


Figura 3.1.5 Histograma de la sensibilidad al final de 40.000 ciclos.

En este caso vemos que la evolución de la sensibilidad ha compensado la mayor abundancia inicial de agentes con sensibilidades altas y que el histograma se ha desplazado hacia la izquierda, alcanzándose valores de sensibilidad negativos ya que el rango de valores ha quedado comprendido en el intervalo $[-0.7, 2.3]$. Con este nuevo intervalo de sensibilidades que ha aparecido vemos que algunos agentes han llegado a obtener beneficio por no cooperar, pues una sensibilidad negativa invierte el efecto del tercer término de nuestro modelo.

Por lo tanto, podemos concluir que cuando tenemos este tipo de convergencia, la sensibilidad de toda la población disminuye ya que no aparece ningún agente cooperador, y de hecho empiezan a aparecer individuos que se benefician de la acción de no cooperar.

3.2. Convergencia a un valor mayor que el 50% de cooperadores.

El este caso que ponemos como ejemplo volvemos a tener un tamaño de población de 1000 individuos, 40.000 ciclos de repetición, con un factor de multiplicación de 210 (21%) y 573 cooperadores iniciales (57.3%), con un peso de la norma máximo ($\alpha=1$), y con una sensibilidad repartida en el intervalo $[0, 2.5]$, al igual que antes se presenta una mayor abundancia de agentes con sensibilidades altas (mas individuos con una sensibilidad mayor que el punto intermedio 1.25) ya que la sensibilidad media es 1.44 aproximadamente.

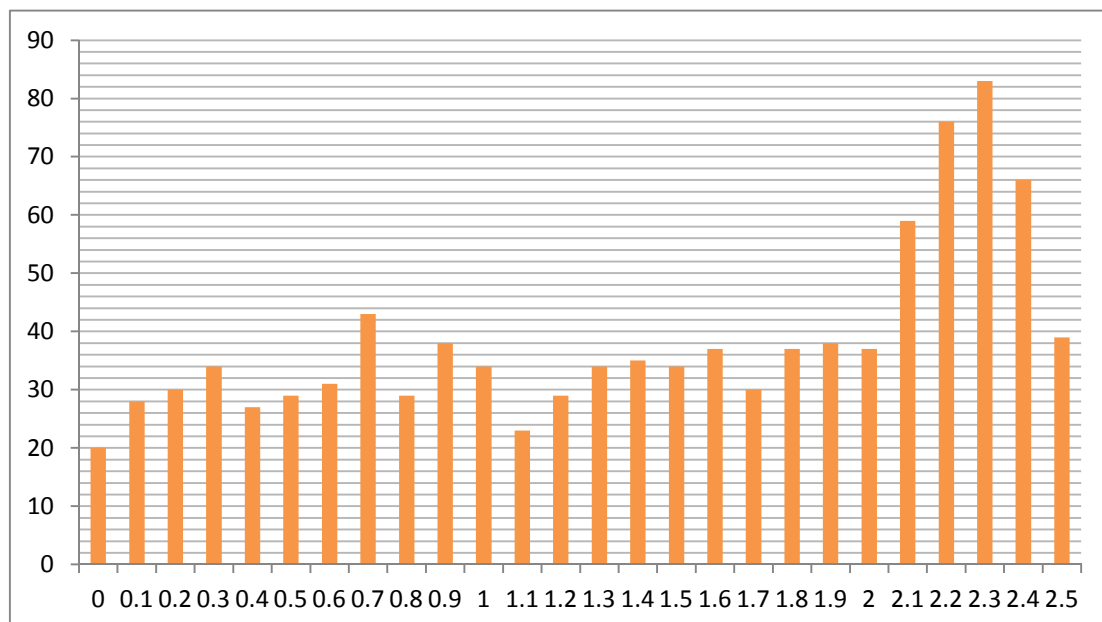


Figura 3.2.1 Histograma de la sensibilidad inicial desplazado hacia la derecha.

En esta simulación el número de cooperadores finales fue 552 (55,2%), tal como muestran los siguientes gráficos:

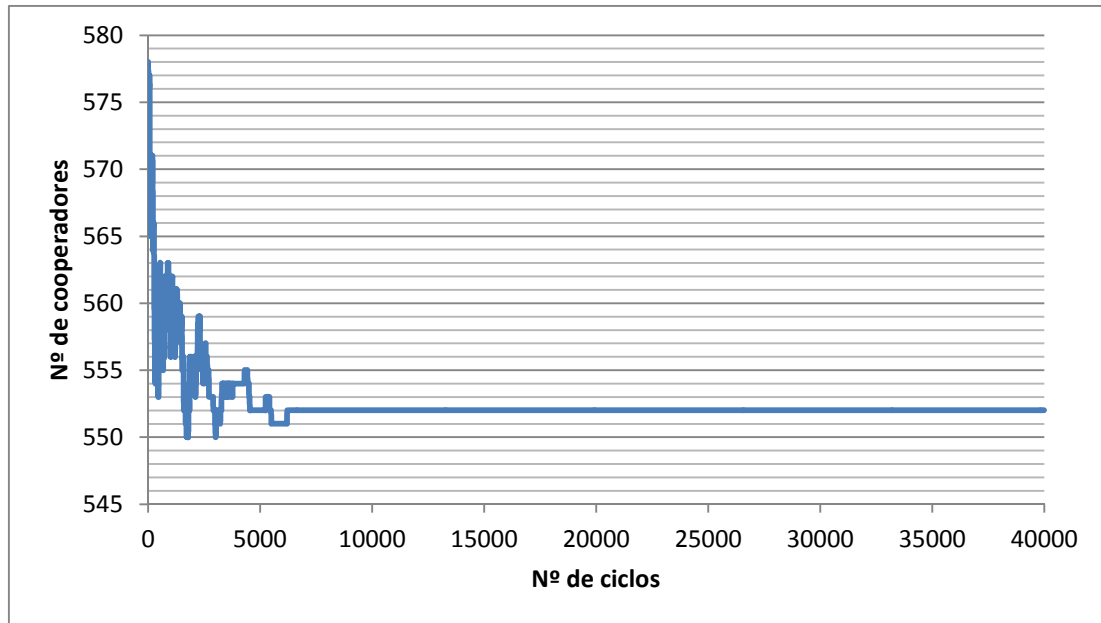


Figura 3.2.2. Evolución del número de cooperadores en 40.000 ciclos.

De nuevo vemos que 40.000 ciclos de repetición son muchos, por lo que los reduciremos a 8.000, que es donde se estabiliza la respuesta.

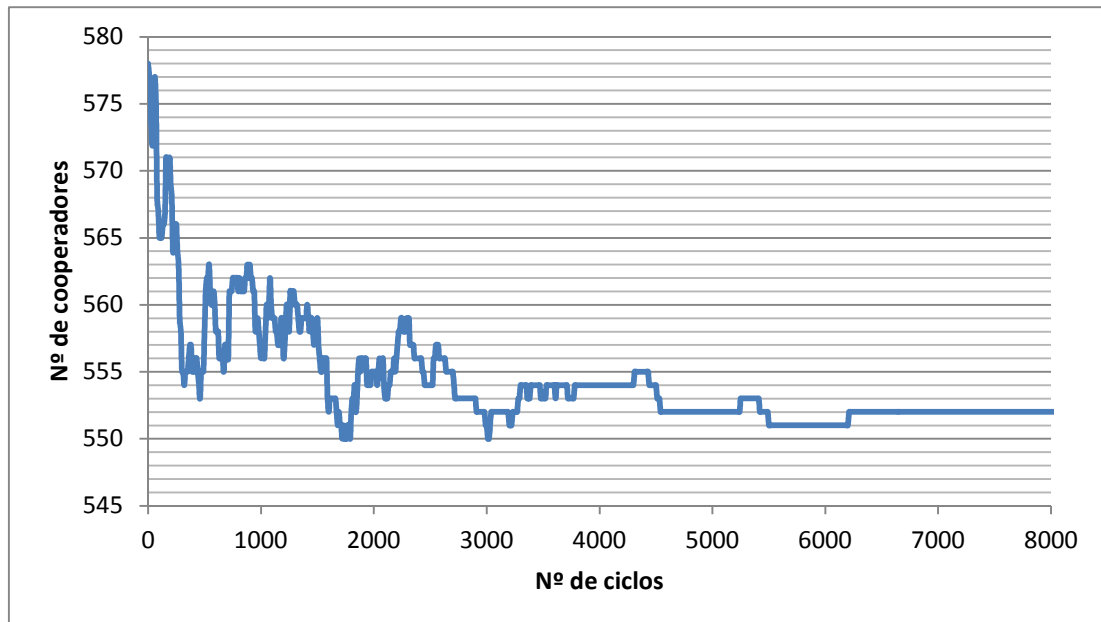


Figura 3.2.2. Evolución del número de cooperadores en 8.000 ciclos.

Como los cooperadores finales representan más el 50% de la población, la evolución de la sensibilidad media de la población es creciente y no acaba teniendo una pendiente fija, ya que hay jugadores que reafirman su decisión de cooperar, y otros que reafirman la decisión de no cooperar. Sí podemos estimar una pendiente por cada N ciclos de $N_c \Delta\theta - (N - N_c) \Delta\theta = \Delta\theta(2N_c - N)$, en este caso $\Delta\theta=0,015$, como se muestra en el siguiente gráfico:

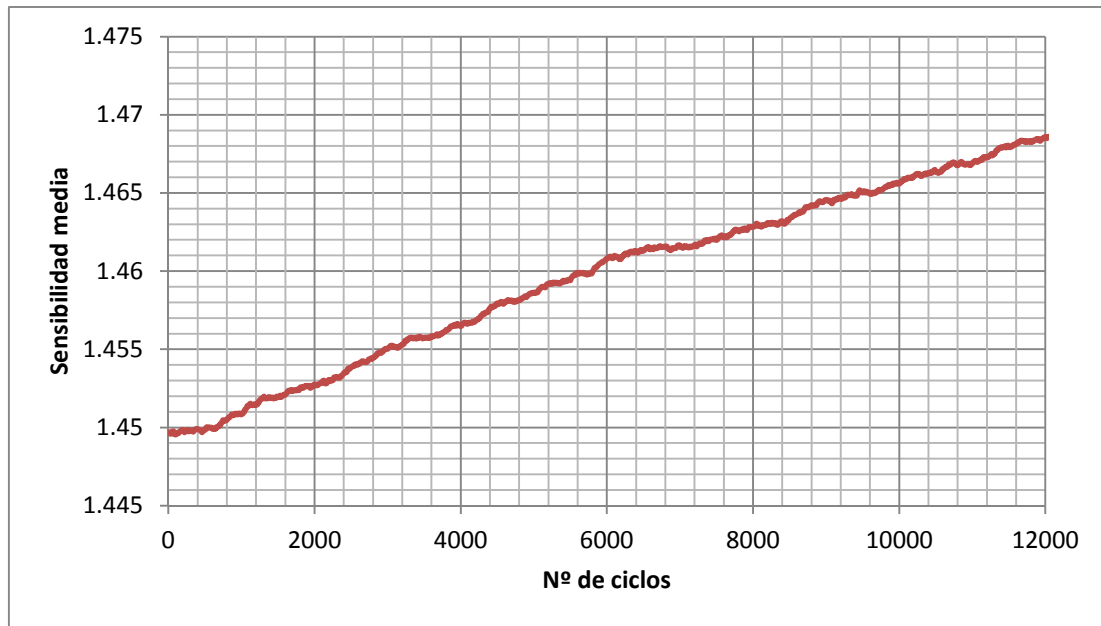


Figura 3.2.4 Evolución de la sensibilidad media respecto al número de ciclos.

Por último tenemos que ver como ha quedado la distribución de sensibilidades al final de la simulación:

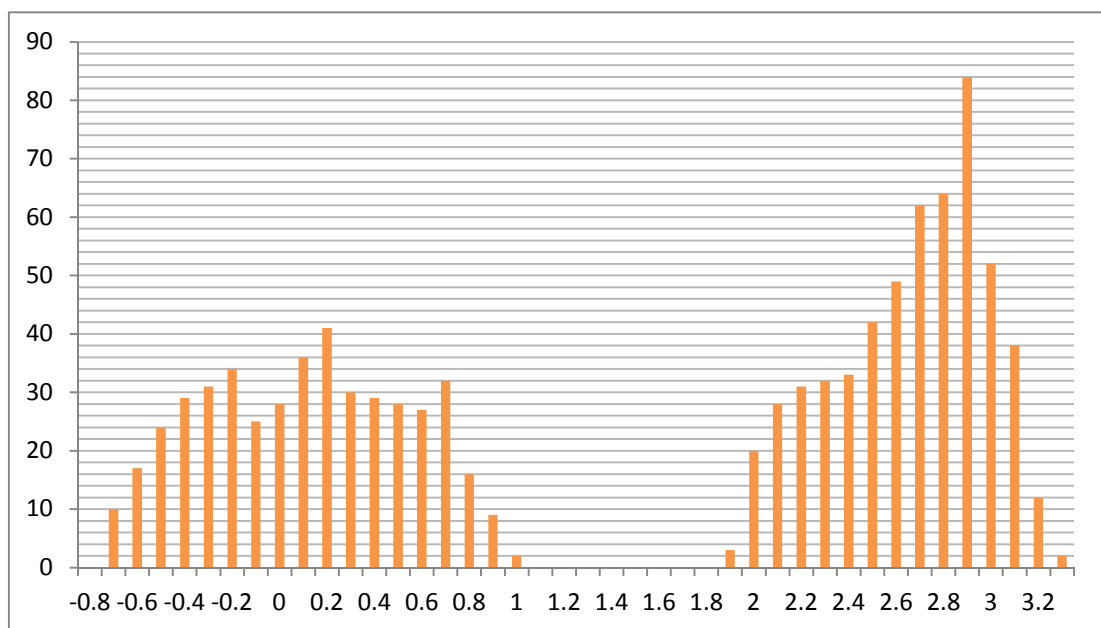


Figura 3.2.5 Histograma de la sensibilidad después de 40.000 ciclos.

En este caso podemos ver que los agentes se han dividido en dos grupos, uno con tendencias cooperadoras por tener una sensibilidad alta y otro con tendencias no cooperadoras con una sensibilidad baja. El intervalo de sensibilidades se ha expandido quedando en $[-0.8, 3.3]$.

Por lo tanto podemos concluir que cuando tengamos este tipo de convergencia, se forman dos grupos de individuos, que se distanciarán cada vez más según aumenten los ciclos de evolución, y el número de agentes presentes en cada grupo dependerá del valor al que haya convergido, en este caso el 52% de la población presenta una sensibilidad cooperadora, mientras que el 48% restante ha adquirido sensibilidades defectoras.

3.3. Convergencia a un valor menor que el 50% de cooperadores.

En este último caso volvemos a tener un tamaño de población de 1000 individuos, 40.000 ciclos de repetición, un factor de multiplicación de 200 (20%) y 574 cooperadores iniciales (57.3%), con un peso de la norma máximo ($\alpha=1$), y una sensibilidad repartida en el intervalo $[0,2.5]$, con dominio de sensibilidades altas al igual que en los dos casos anteriores, ya que la sensibilidad media es 1.45 aproximadamente.

Al final de esta simulación el número de cooperadores resultó en 473 (47.3%) y la evolución del número de cooperadores, que se estabilizó en 9.000 ciclos, fue la siguiente:

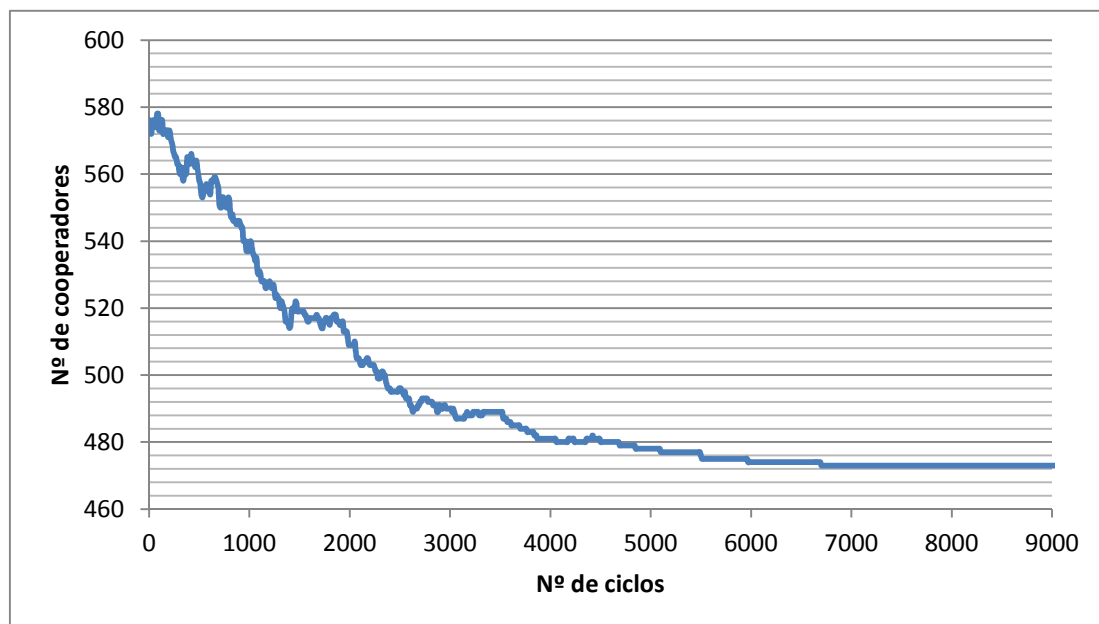


Figura 3.3.1. Evolución del número de cooperadores en 9.000 ciclos.

Al igual que en el tipo de convergencia anterior, la evolución de la sensibilidad media no acaba teniendo un pendiente fija, ya que hay jugadores que reafirman su decisión de cooperar, y otros que reafirman la decisión de no cooperar. De nuevo podemos estimar una pendiente por cada N ciclos de $\Delta\theta(2N_c - N)$, en este caso $\Delta\theta=0,015$, como se muestra en el siguiente gráfico:

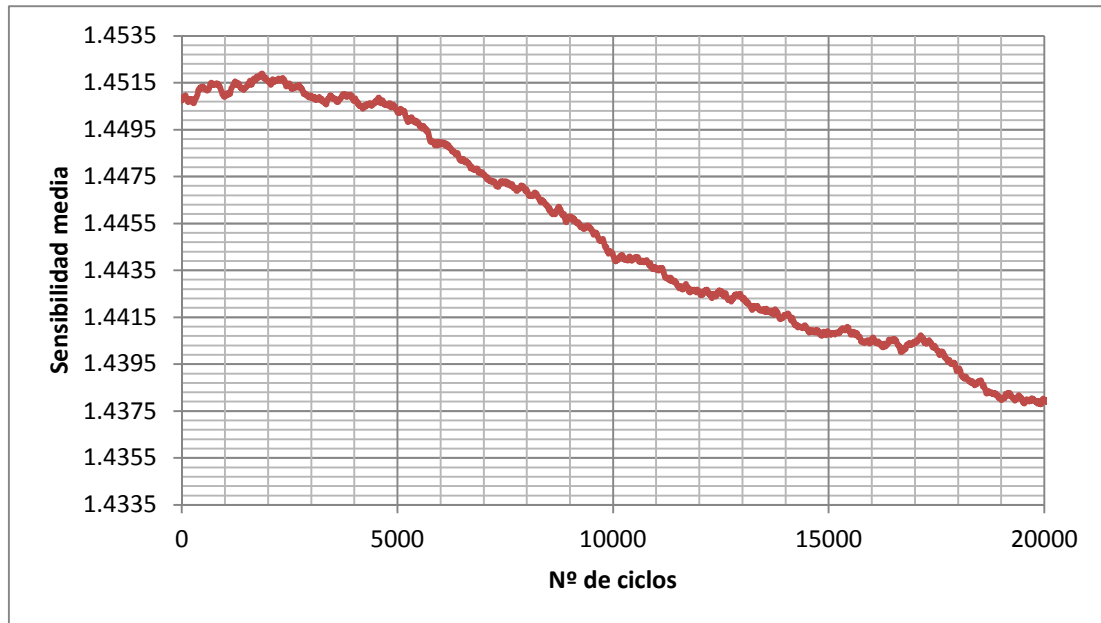


Figura 3.3.2. Evolución de la sensibilidad media en 20.000 ciclos.

El histograma de sensibilidades quedó de la siguiente forma:

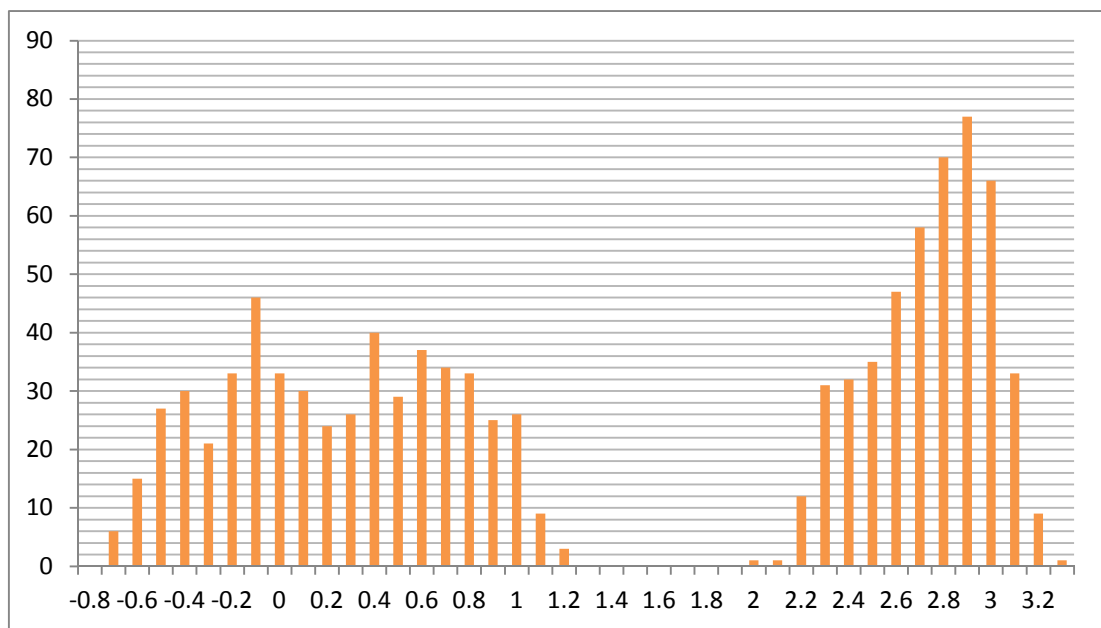


Figura 3.3.3. Evolución de la sensibilidad media en 40.000 ciclos.

En este caso podemos ver que los agentes se han dividido en dos grupos, uno con tendencias cooperadoras con una sensibilidad alta y otro con tendencias no cooperadoras por tener una sensibilidad baja. El intervalo de sensibilidades ha quedado en $[-0.8, 3.3]$.

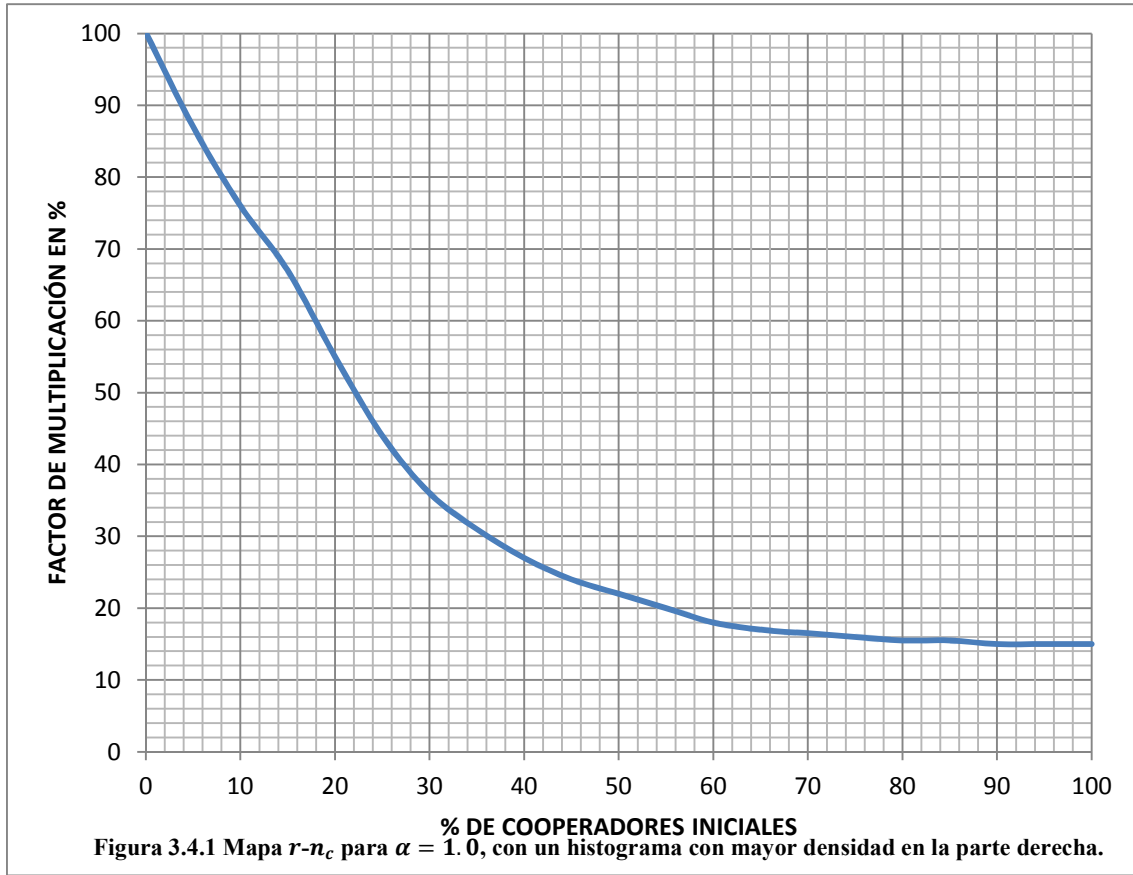
La única diferencia con el caso anterior es que la evolución de la sensibilidad media es decreciente ya que hay más defectores que cooperadores ratificando su decisión. Este tipo de convergencia es difícil de encontrar e indica que si alguna de las variables iniciales hubiese sido mas baja, la convergencia habría sido cero.

3.4. Estrategia a seguir.

Ya hemos visto los tres tipos de convergencia, si atendemos a las condiciones iniciales que presentaban, podemos ver que eran muy parecidas, por lo que en ese rango de valores está un punto de cambio de tendencia, por encima del cual el sistema converge a un valor mayor del 50%, y por el que por debajo el sistema converge a cero.

	Convergencia a 0%	Convergencia <50%	Convergencia >50%
Factor de multiplicación (r)	200	200	210
% de cooperadores iniciales (n_c),	57%	57.4%	57,3%

Nuestra estrategia a seguir será realizar varias simulaciones para encontrar más puntos de cambio de tendencia, fijando el número de cooperadores iniciales (en %), y variando el factor de multiplicación (r), al que nos referiremos en tanto por ciento respecto al tamaño de la población. De esta manera obtendremos mapas r - n_c como el que se muestra a continuación, que se ha obtenido para un peso de la norma $\alpha=1$, y con el histograma de sensibilidades desplazado hacia la derecha (mas individuos con sensibilidad superior a la mitad del intervalo). Estos mapas, que se describirán con más detalle en el Anexo I, muestran la línea de tendencia a igualdad de distribución de sensibilidad: por encima de la curva el sistema tiende a un valor mayor del 50%, y según nos alejamos de ella ese valor va siendo cada vez mayor. Por debajo de la curva el sistema siempre converge a cero. La curva se puede considerar como el punto de cambio de tendencia, en el que hay convergencia a un valor menor del 50%, y si nos desplazamos levemente hacia abajo el número de cooperadores convergerá a 0.



Estos mapas $r-n_c$ los obtendremos para diferentes tamaños de muestra, modos de actualización, pesos de la norma (α), y distintas distribuciones e intervalos de sensibilidades.

3.5. Casos especiales.

Debemos indicar que cuando el número de cooperadores iniciales es 0, o el peso de la norma (α) es nulo, el factor de multiplicación (r) debe ser mayor que el tamaño de la muestra (N) para poder observar la aparición de cooperadores. Un factor de multiplicación tan grande no resulta realista en situaciones de interés económico, por lo que no se presentarán simulaciones de este caso. Este supuesto lo podemos demostrar atendiendo al modelo:

$$u_i(\sigma_i, \theta_i, n_c) \equiv -c\sigma_i + \frac{r}{N} \sum_{j=1}^N \sigma_j + (\sigma_i - 1)\theta_i s(n_c)$$

Si el número de cooperadores iniciales (o el peso de la norma) es 0, el tercer término del modelo resulta ser nulo ($s(n_c) = \alpha n_c = 0$), y por lo tanto en este caso el modelo quedaría de la siguiente forma:

$$u_i(\sigma_i, \theta_i, n_c) \equiv -c\sigma_i + \frac{r}{N} \sum_{j=1}^N \sigma_j$$

Esta expresión es la que clásicamente se utiliza en trabajos de bienes públicos. Si nos situamos en el caso de que ningún agente coopera, la utilidad para todos es nula, y si comparamos la acción contraria para un único individuo vemos que para que la acción de contribuir al bien público (en este caso seguir la norma) sea más útil que la adquisición de un comportamiento egoísta el factor de multiplicación necesario debe ser ligeramente mayor que el tamaño de la población, ya que si es igual la utilidad es la misma y no se accede a la matriz de pagos indicada inicialmente en el procedimiento a seguir (Punto 3).

Otra indicación a tener en cuenta es que una convergencia al 100% de cooperadores no se alcanza incluso con valores de factor de multiplicación (r) muy altos respecto al tamaño de la población (N), y unos cooperadores iniciales del 100%, lo que representaría mucha presión social. Para demostrar este hecho solamente mostraremos la siguiente simulación, en la que para una población de $N=2000$ agentes, inicialmente todos cooperadores, con una distribución inicial de sensibilidad con dominio de susceptibilidades altas en el intervalo $[0, 2.5]$ (la única que hemos presentado por el momento) introdujimos un factor de multiplicación $r = 1950$, que referido al tamaño de la población es el 97.5% y grado de aceptación de la norma máximo.

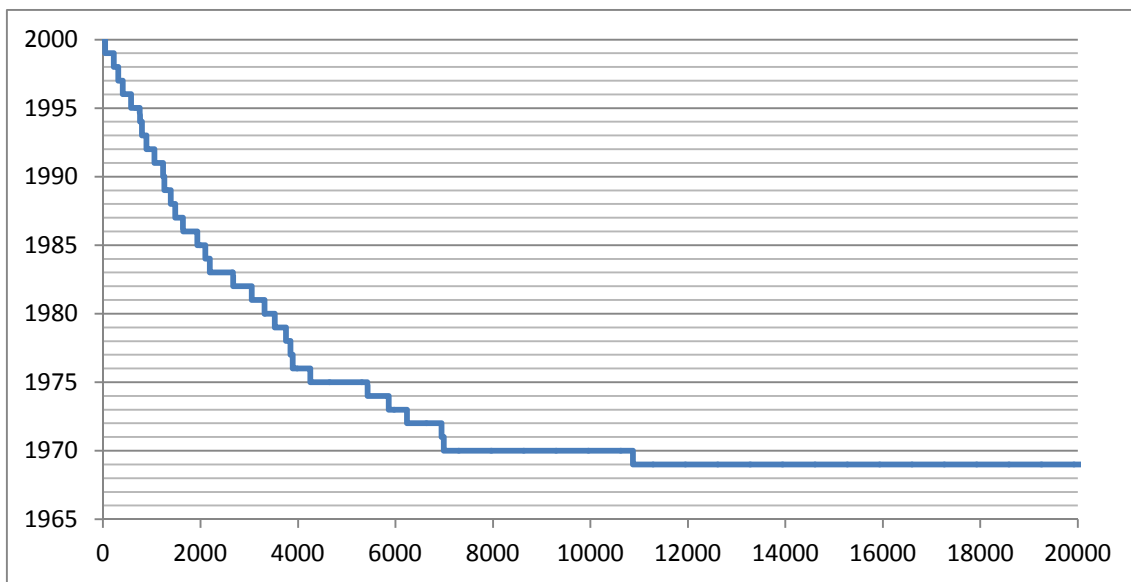


Figura 3.5.1 Evolución del número de cooperadores con un factor de multiplicación $r = 1950$.

Tal y como hemos dicho, es muy difícil encontrar un caso en el que todos los agentes adquieran tendencias cooperadoras, ya que siempre surgirán agentes defectores, como podemos ver en la distribución final de sensibilidades que exponemos a continuación para este caso, en la que se han aplicado 20.000 ciclos de actualización asíncrona.

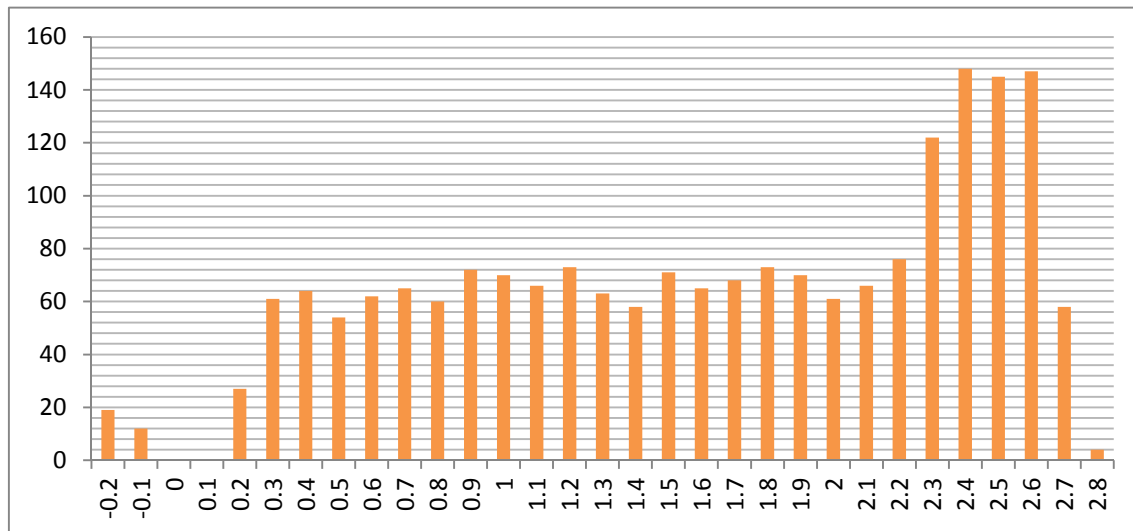


Figura 3.5.2 Distribución final de sensibilidad.

En este caso el intervalo de sensibilidad quedó en $[-0.2, 2.8]$, aunque debemos indicar que en este ejemplo se realizaron 20.000 ciclos de actualización, de ahí que obtengamos un intervalo final más estrecho que en los casos anteriores en los que se aplicaban 40.000 ciclos de actualización.

Por lo tanto podemos concluir que siempre aparecerán agentes defectores que se beneficiarán de la no cooperación.

4. SIMULACIONES.

Con las simulaciones que se presentan más abajo pretendemos mostrar cómo influyen el número de jugadores (N), el modo de actualización (síncrona o asíncrona), el peso de la norma (α) y la sensibilidad (θ) a las condiciones de partida necesarias para la emergencia de la norma, así como a la rapidez de la evolución.

4.1. Simulaciones cambiando el tamaño de la muestra.

Estas simulaciones se realizarán con tamaños de muestra $N=500$, 1000 y 2000, jugadores, con el objetivo de observar cómo influye el tamaño de la población en la emergencia de la norma.

En primer lugar comprobaremos la rapidez del sistema, para ello nos acercaremos a los casos más desfavorables, o sea, aquellos en los que tienen que cambiar un gran número de jugadores, ya sea para pasar de cooperar a no cooperar y/o viceversa, por lo que utilizaremos valores de r y número de cooperadores iniciales (n_c) próximos a los puntos de cambio de tendencia.

Seguidamente introduciremos los mapas r - n_c para un peso de la norma $\alpha = 1.0$, y una distribución de sensibilidad en el intervalo $[0, 2.5]$ y con mayor número de individuos con una sensibilidad superior al punto medio del intervalo, lo que se podría considerar como mayor número de cooperadores potenciales.

El objetivo es ver si el tamaño de la población influye en los puntos de cambio de convergencia.

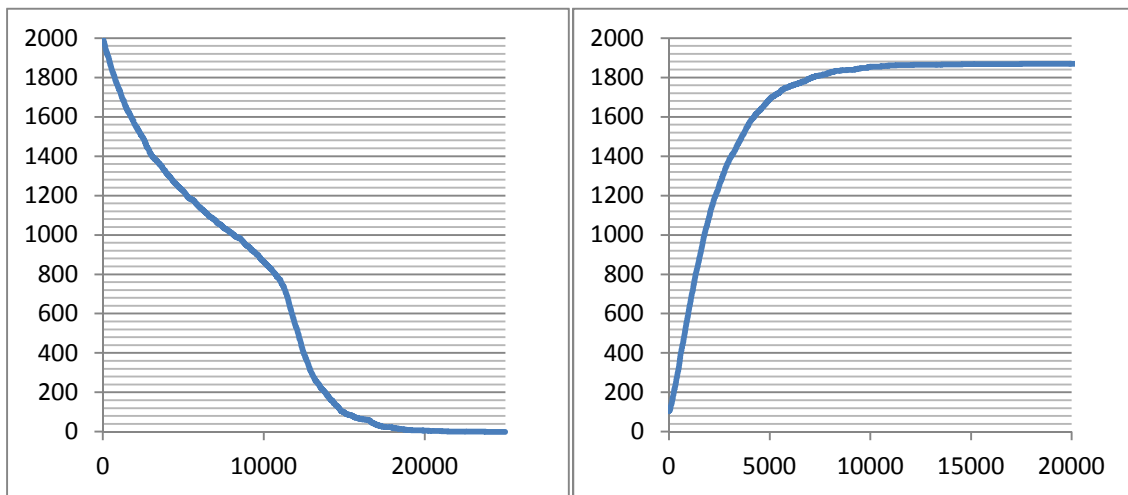


Figura 4.1.1 Casos más desfavorables para $N=2000$.

Estas dos gráficas representan la evolución del número de cooperadores de una muestra de tamaño $N=2000$, la de la izquierda tenía unas condiciones de partida de

100% de cooperadores iniciales y $r = 305$, mientras que la de la derecha empieza con el 5% de cooperadores iniciales y con $r = 1750$.

Observando las gráficas nos damos cuenta de que son necesarios menos ciclos para que los cooperadores converjan a un valor alto, que para que los jugadores se conviertan en defectores.

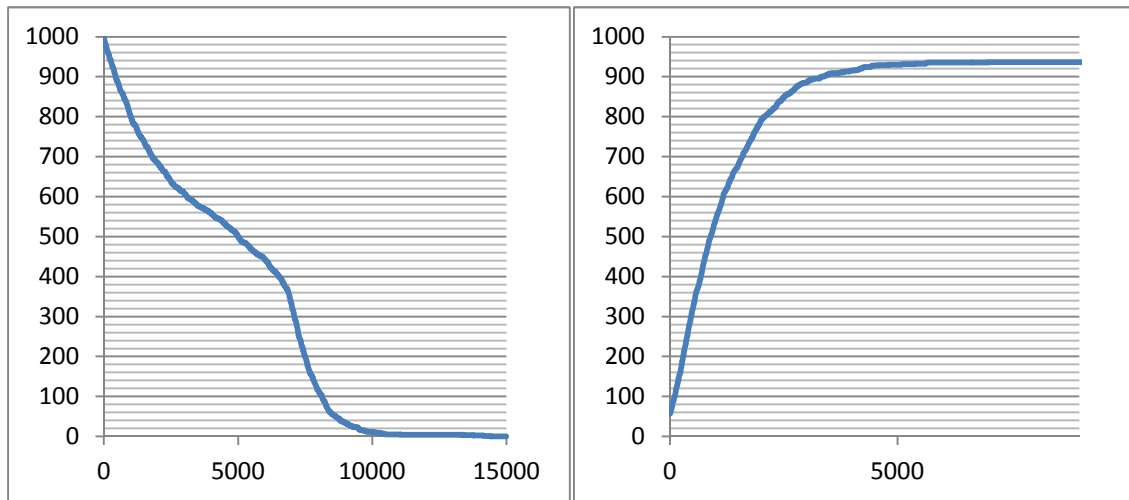


Figura 4.1.2 Casos más desfavorables para $N=1000$.

Pasando a la figura 4.1.2., estas dos gráficas representan la evolución del número de cooperadores de una muestra de tamaño $N=1000$, la de la izquierda tenía unas condiciones de partida de 100% de cooperadores iniciales y $r = 145$, mientras que la de la derecha empieza con el 5% de cooperadores iniciales y con $r = 870$.

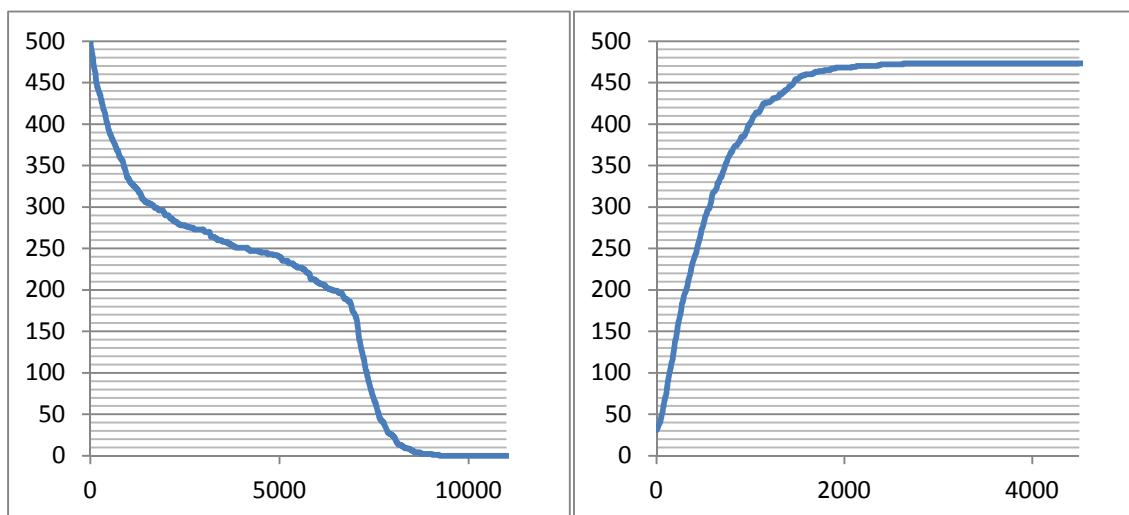


Figura 4.1.3 Casos más desfavorables para $N=500$.

Finalmente, en la figura 4.1.3., se representa la evolución del número de cooperadores de una muestra de tamaño $N=500$, la de la izquierda tenía unas

condiciones de partida de 100% de cooperadores iniciales y $r = 77$, mientras que la de la derecha empieza con el 5% de cooperadores iniciales y con $r = 430$.

Las conclusiones que podemos sacar de estas simulaciones son que a mayor tamaño de la muestra, el número de ciclos necesarios para alcanzar la convergencia será mayor. También podemos afirmar que la convergencia es más rápida cuando la población pasa de ser defectora a cooperadora.

Una vez hechas las conclusiones respecto a la rapidez del sistema, procedemos a superponer los mapas $r-n_c$ para un peso de la norma $\alpha = 1.0$, que es con el que se han hecho las simulaciones anteriores.

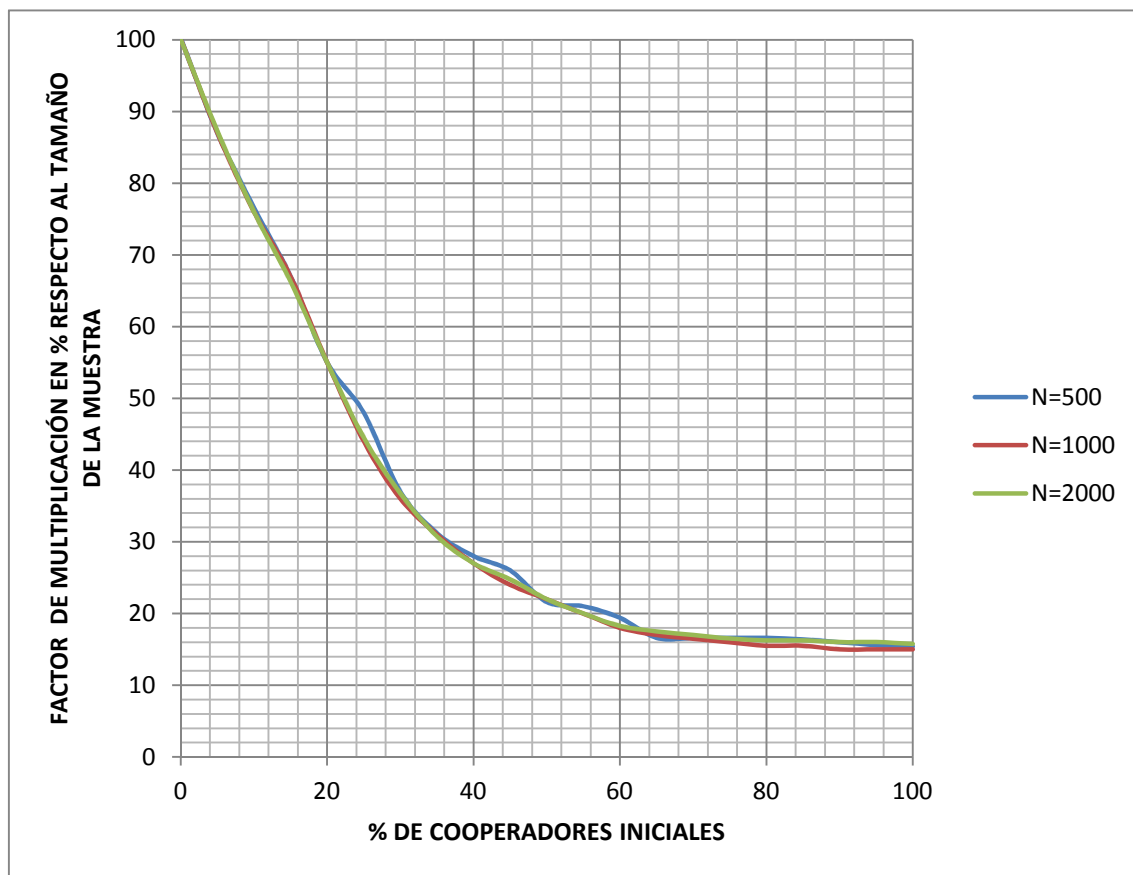


Figura 4.1.4 Superposición de los mapas $r-n_c$ de la tres muestras con $\alpha = 1.0$.

Podemos ver que las gráficas se ajustan bastante bien entre sí, debiéndose sus diferencias a que están hechas con muchas simulaciones, en las que las condiciones de partida están controladas en la medida de lo posible, pero siempre tendrán pequeñas desviaciones.

Por lo tanto, debido al buen ajuste que presentan las gráficas, también podemos concluir que el tamaño de la muestra no influye en las condiciones de partida necesarias para la emergencia de la norma, indicando que en ese sentido el modelo es muy robusto.

4.2. Simulaciones comparando el modo de actualización.

Estas simulaciones se realizarán con un tamaño de muestra $N=1000$ y 2000 jugadores, en las mismas condiciones que en el apartado 4.1., con el objetivo de observar cómo influye el modo de actualización, síncrona o asíncrona, en la emergencia de la norma y demostrar que el sistema también es robusto respecto al modo de actualización. Este hecho nos interesa bastante ya que aunque el modo natural de actualización en la vida real sería la actualización asíncrona, computacionalmente este método es bastante pesado y las simulaciones tardan más tiempo en realizarse que con el modo de actualización síncrono, ya que con este último se calcula la función de utilidad menos veces.

Al igual que en el punto 4.1., en este caso de estudio también nos iremos a los casos más desfavorables para observar la rapidez del sistema.

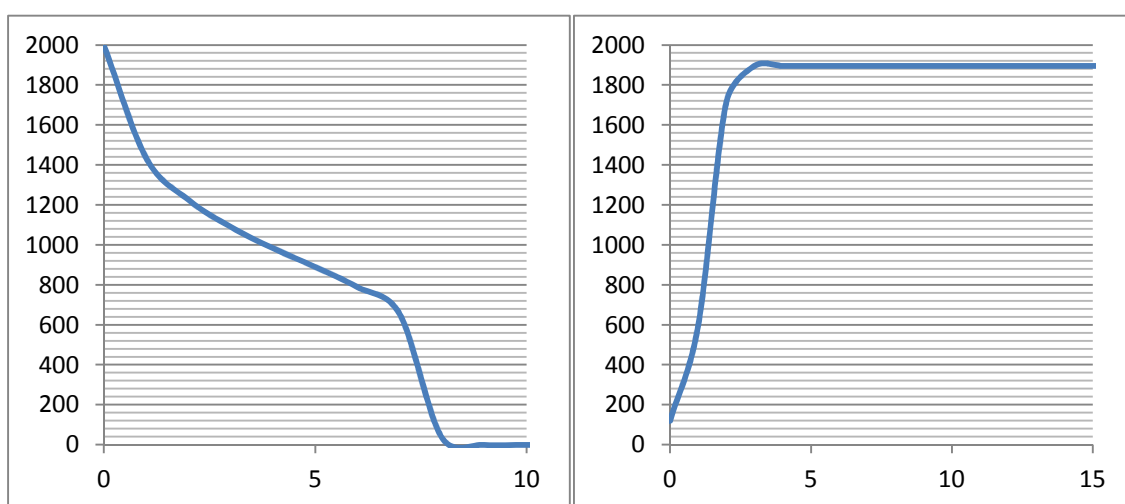


Figura 4.2.1. Casos más desfavorables para $N=2000$, con actualización síncrona.

Las gráficas de la figura 4.2.1. representan la evolución del número de cooperadores de una muestra de tamaño $N=2000$. La figura de la izquierda tenía unas condiciones de partida de 100% de cooperadores iniciales y $r = 310$, mientras que la de la derecha empieza con el 5% de cooperadores iniciales y con $r = 1755$.

Comparando esta figura 4.2.1. con la 4.1.1. vemos que este modo de actualización parece más rápido, aunque también debemos indicar que por cada ciclo en la actualización síncrona se “pregunta” a los N jugadores, mientras que en la actualización asíncrona se mira un solo jugador por ciclo. Debemos centrarnos en el número de comparaciones, con el modo de actualización asíncrona, el número de ciclos necesarios para la estabilización fueron unos 20.000 ciclos para $N=2000$ jugadores, por lo que se necesitaron 10 comparaciones por jugador, mientras que en la actualización síncrona fueron necesarias 8 comparaciones, por lo que podemos afirmar que este método es más rápido.

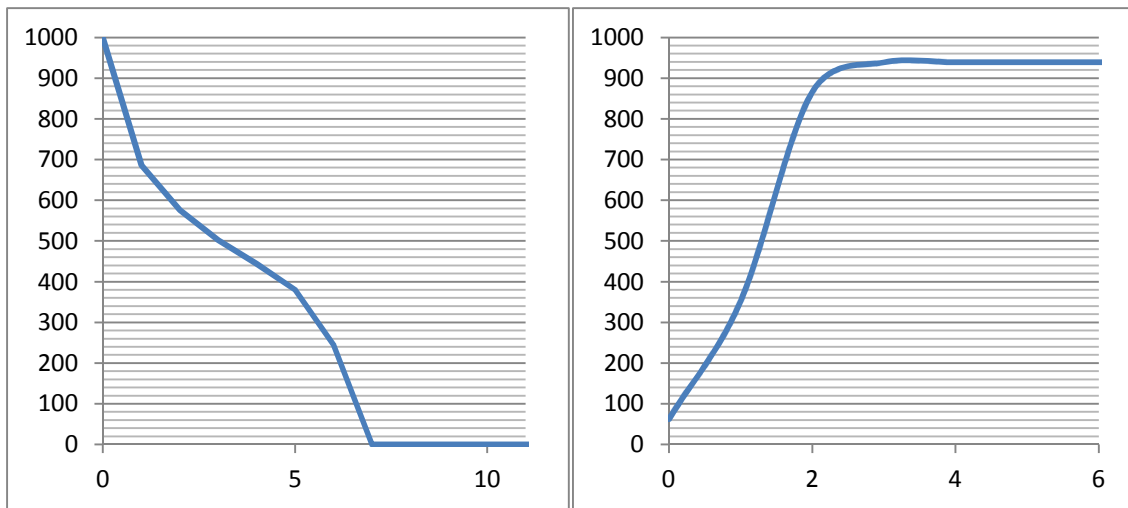


Figura 4.2.2. Casos más desfavorables para $N=1000$, con actualización síncrona.

Si vemos ahora la figura 4.2.2., estas dos gráficas representan la evolución del número de cooperadores de una muestra de tamaño $N=1000$, con unas condiciones de partida de 100% de cooperadores iniciales y $r = 150$ a la izquierda, mientras que en la derecha se parte del 5% de cooperadores iniciales y $r = 880$. Si las comparamos con las gráficas de la figura 4.2.1., vemos que el tamaño de la población también influye en el “tiempo” de convergencia para este tipo de actualización. Nos queda entonces por comprobar si el tipo de actualización influye en los mapas $r-n_c$.

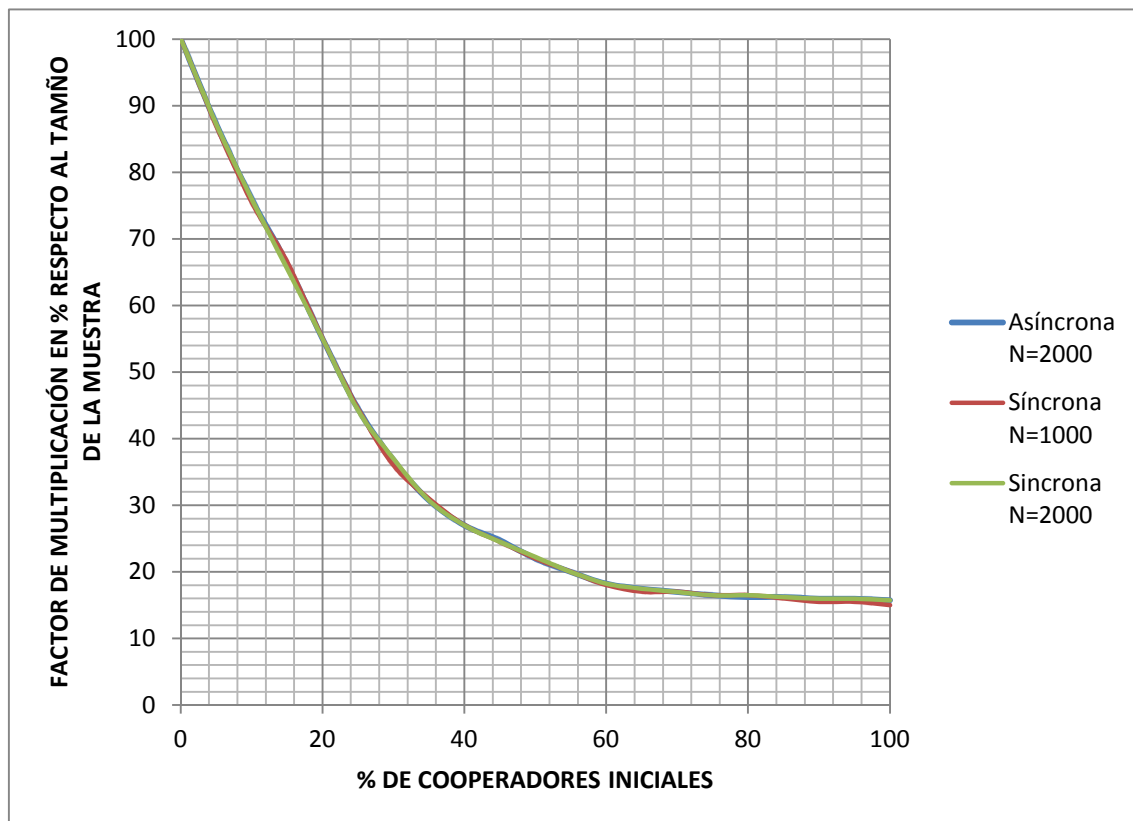


Figura 4.2.3 Superposición de los mapas $r-n_c$ de las dos muestras con $\alpha = 1.0$.

Observando la figura 4.2.3., podemos concluir que el modo de actualización tampoco influye en las condiciones de partida necesarias para la emergencia de la norma, quedando demostrado que el modelo es bastante robusto también en este aspecto. De ahora en adelante utilizaremos este modo de actualización para realizar las simulaciones, ya que computacionalmente es menos pesado.

4.3.Simulaciones cambiando el peso de la norma.

Una vez que ya hemos visto la influencia que el tamaño de la muestra y el modo de actualización tienen sobre las simulaciones realizadas sobre este modelo, nos disponemos a analizar el efecto que tiene el peso de la norma (α), con lo que podremos sacar conclusiones sobre las condiciones necesarias para la emergencia de normas sociales a partir de los mapas $r-n_c$, que como hemos demostrado antes son invariantes al tamaño de la población y al modo en el que se realice la actualización.

En concreto nos centraremos en cinco casos de peso de la norma (α), en concreto $\alpha = 1.0$, $\alpha = 0.75$, $\alpha = 0.5$, $\alpha = 0.25$ y $\alpha = 0.1$. Para resumir los resultados, representamos sus mapas $r - n_c$ superpuestos para poder hacer una comparación sencilla.

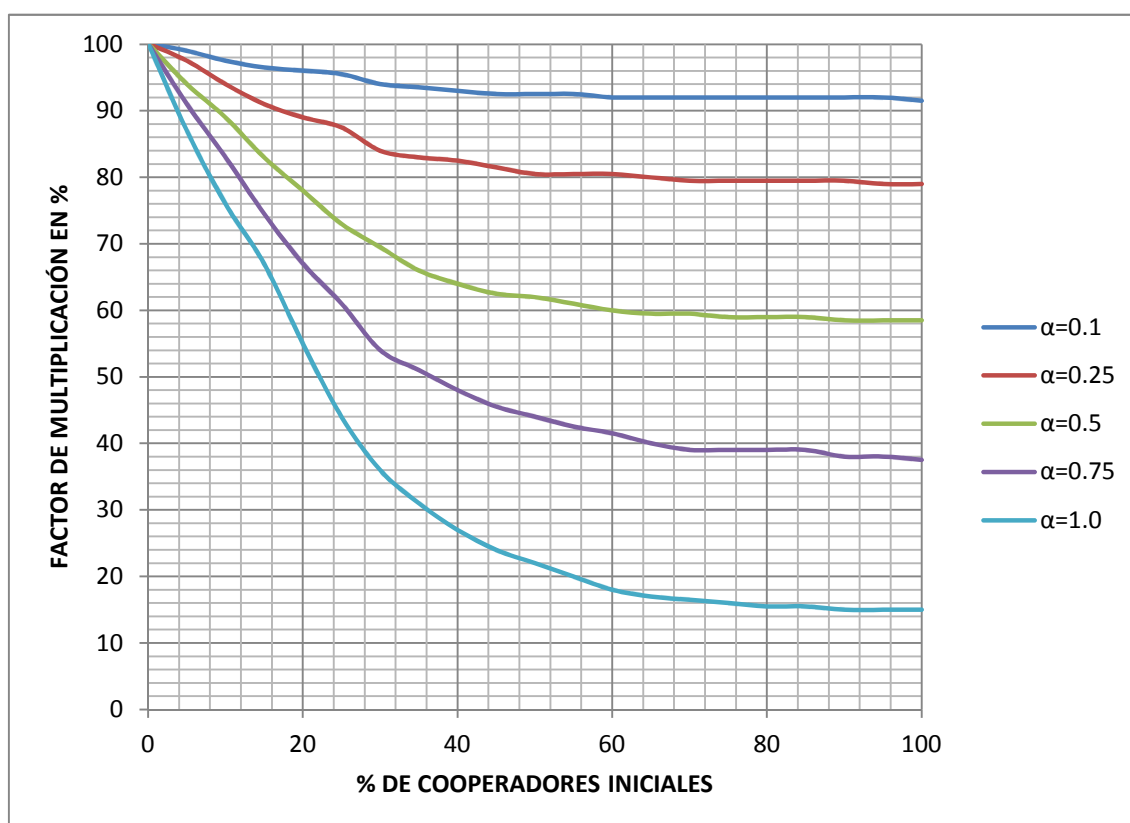


Figura 4.3.1 Comparativa de distintos pesos de norma.

Comparando los distintos pesos de norma para una población con sensibilidad distribuida en el intervalo $[0, 2.5]$ podemos observar el impacto que tiene el peso de la norma en su emergencia. Si este es muy pequeño, como por ejemplo $\alpha = 0.1$, vemos

que los factores de multiplicación necesarios para la emergencia de la cooperación nunca bajan del 90% respecto del tamaño de la norma, lo que quiere decir que es necesario un gran esfuerzo externo para que surja la cooperación, incluso habiendo un mayor número de potenciales cooperadores.

Para un valor intermedio $\alpha = 0.5$, vemos que todavía es necesario un factor de multiplicación muy próximo al 60% (acaba siendo un 58.5%), para valores de cooperadores iniciales altos, lo que quiere decir que el peso de la norma debe de ser aún mayor para una emergencia realizable, como vemos en los casos de $\alpha = 1.0$ y $\alpha = 0.75$.

4.4.Simulaciones cambiando la sensibilidad.

Ya vista la influencia del peso de la norma, nos disponemos a comparar distintas distribuciones de sensibilidad en un intervalo $[0, 2.5]$. Compararemos dos nuevos tipos de distribución con la estudiada hasta ahora. La primera será una en la que hay un mayor número de individuos con sensibilidades situadas en la parte central del intervalo, donde habrá una sensibilidad media inicial del orden de $\theta_{media} \approx 1.25$, y que podríamos considerar como una muestra en la que el grupo predominante es el de los “indecisos”, que estarán muy influidos por las decisiones tomadas por los demás agentes. La otra distribución será aquella en la que el grupo más numeroso será el de los defectores potenciales, y cuya sensibilidad media inicial será $\theta_{media} \approx 1.09$.

Para explicar mejor la distribución de sensibilidades iniciales, mostraremos los histogramas de sensibilidades iniciales y finales para los dos nuevos tipos de distribución mencionados anteriormente.

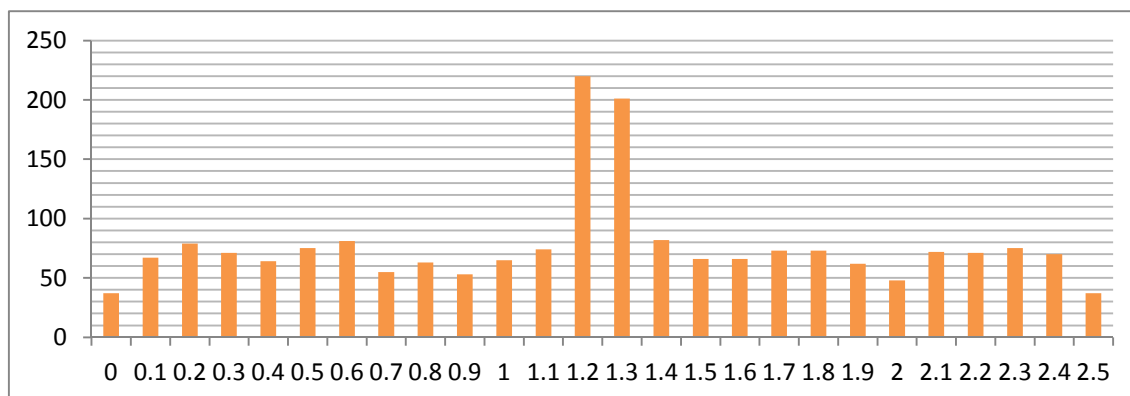


Figura 4.4.1 Distribución de sensibilidad centrada con $N=2000$.

En la imagen de la figura 4.4.1 vemos una distribución inicial centrada, sobre la que aplicaremos 50 ciclos de actualización síncrona, para unos cooperadores iniciales del 45%, con $N=2000$ y $\alpha=1.0$, con tres factores de multiplicación cercanos al punto de cambio de tendencia. Los resultados de los distintos tipos de convergencia fueron los que se muestran en las siguientes figuras.

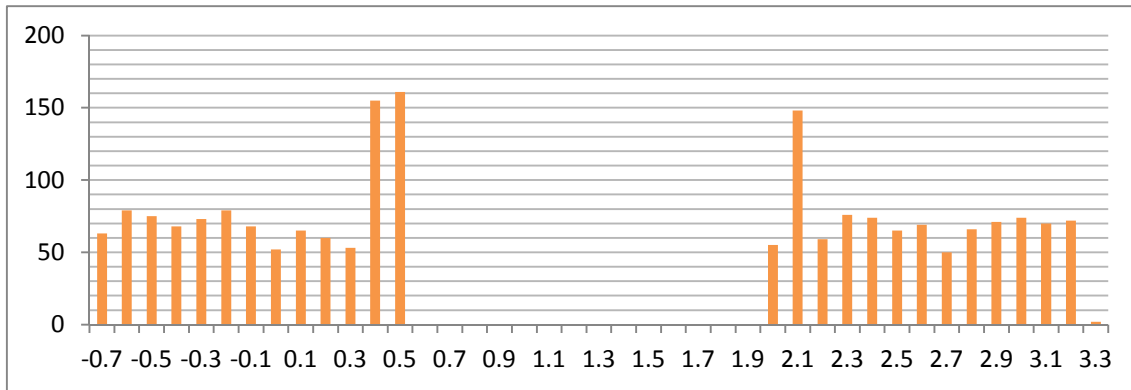


Figura 4.4.2 Distribución de sensibilidades final después de 50 de ciclos de actualización síncrona, con un nivel final de cooperación menor del 50%.

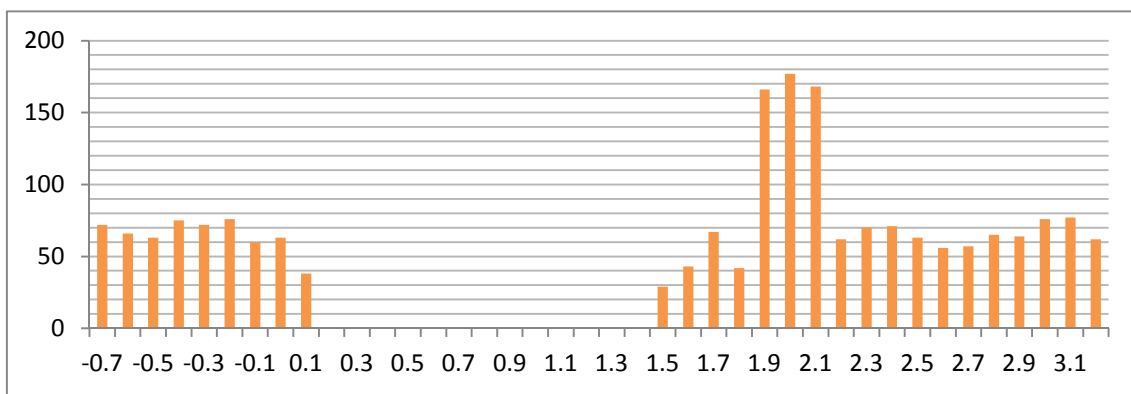


Figura 4.4.3 Distribución de sensibilidades final después de 50 ciclos de actualización síncrona, con un nivel de cooperación final mayor del 50%.

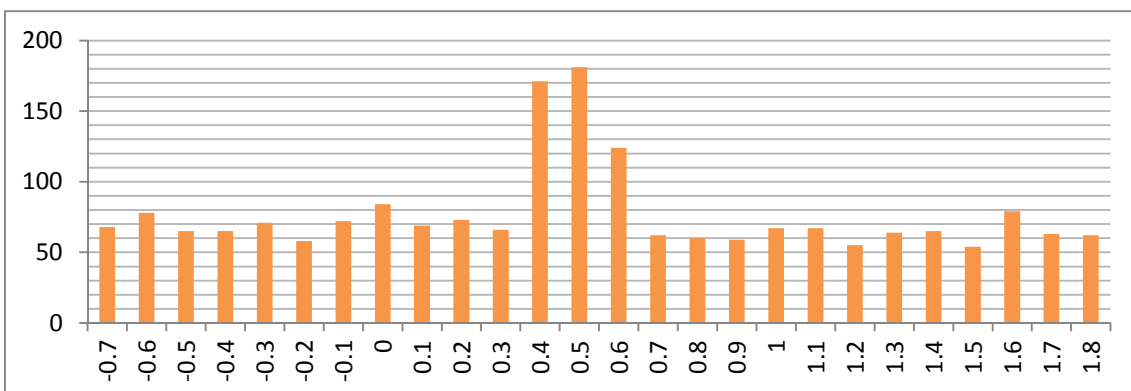


Figura 4.4.4 Distribución final de sensibilidades después de 50 de ciclos de actualización síncrona, con cooperación final del 0%.

Las simulaciones de las figuras 4.4.2, 4.4.3 y 4.4.4, en las que mostramos los tres tipos de convergencia, fueron hechas con el 45% de cooperadores iniciales, y con factores de multiplicación de 830, 850 y 820 respectivamente. Junto con las conclusiones de los apartados anteriores podemos afirmar que el punto de cambio de tendencia, con el 45% de cooperadores iniciales para esta distribución de sensibilidades y con $\alpha=1.0$ está en un factor de multiplicación del 41,5% del tamaño de la población.

Si lo comparamos con la distribución en la que predominan los agentes con sensibilidades altas vemos que este punto de cambio de tendencia (el del 45% de cooperadores iniciales) es más alto.

Seguidamente mostramos una distribución inicial, para $N=2000$, en la que predominan los jugadores con una sensibilidad baja.

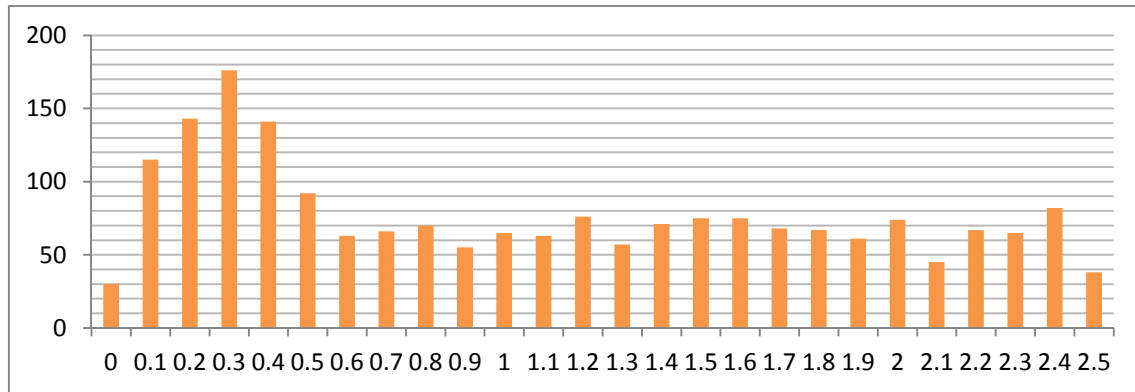


Figura 4.4.5 Distribución inicial de sensibilidades con mayor número de individuos con sensibilidad baja.

La figura 4.4.5 nos muestra la distribución de sensibilidad con predominio de individuos con sensibilidades bajas sobre la que, al igual que el caso anterior, aplicaremos 50 ciclos de actualización síncrona.

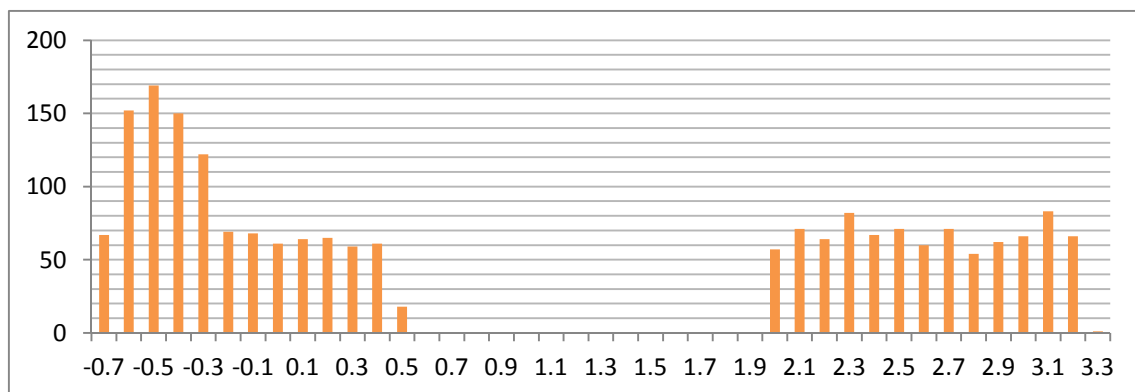


Figura 4.4.6 Distribución final de sensibilidades con cooperación final menor del 50%.

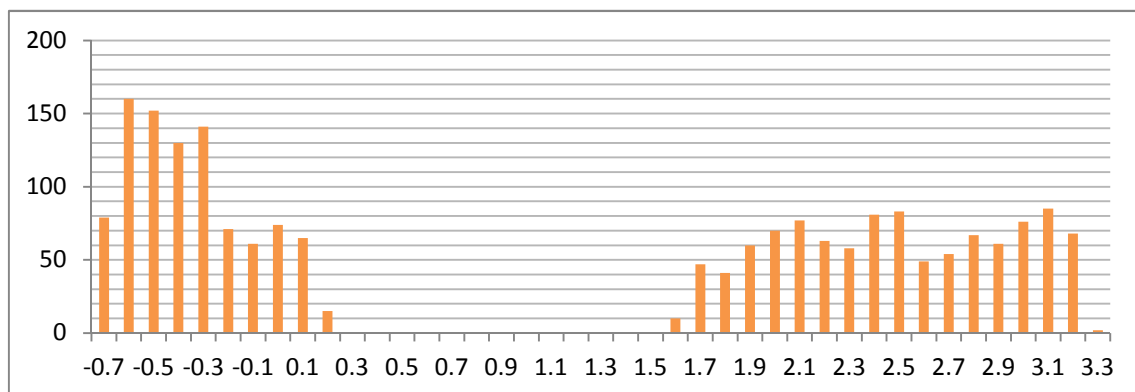


Figura 4.4.7 Distribución final de sensibilidades con cooperación final mayor del 50%.

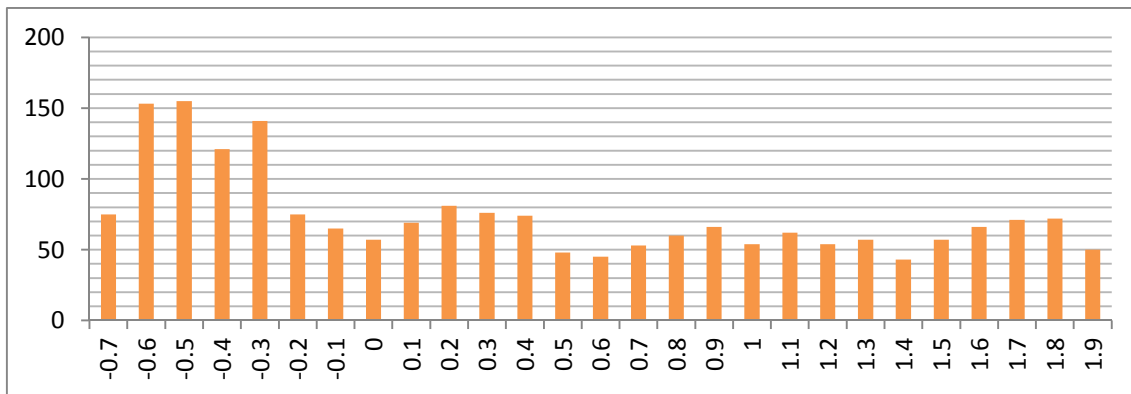


Figura 4.4.8 Distribución final de sensibilidades con cooperación al 0%.

Pasando a las figuras 4.4.6, 4.4.7 y 4.4.8, volvemos a mostrar los tres tipos de convergencia, en este caso para una distribución inicial de sensibilidades en la que predominaban los individuos con tendencias defectoras. Las simulaciones también fueron hechas con $\alpha=1.0$ y el 45% de cooperadores iniciales, y con factores de multiplicación de 900, 1050, y 890 respectivamente. Podemos afirmar que el punto de cambio de tendencia para $r = 45\%$ en este caso es 900 (un 45% sobre el tamaño de la población N).

El método de comparación de distribución de sensibilidades será superponer sus mapas $r-n_c$, utilizando para ello los pesos de norma $\alpha=1.0$ y $\alpha=0.5$.

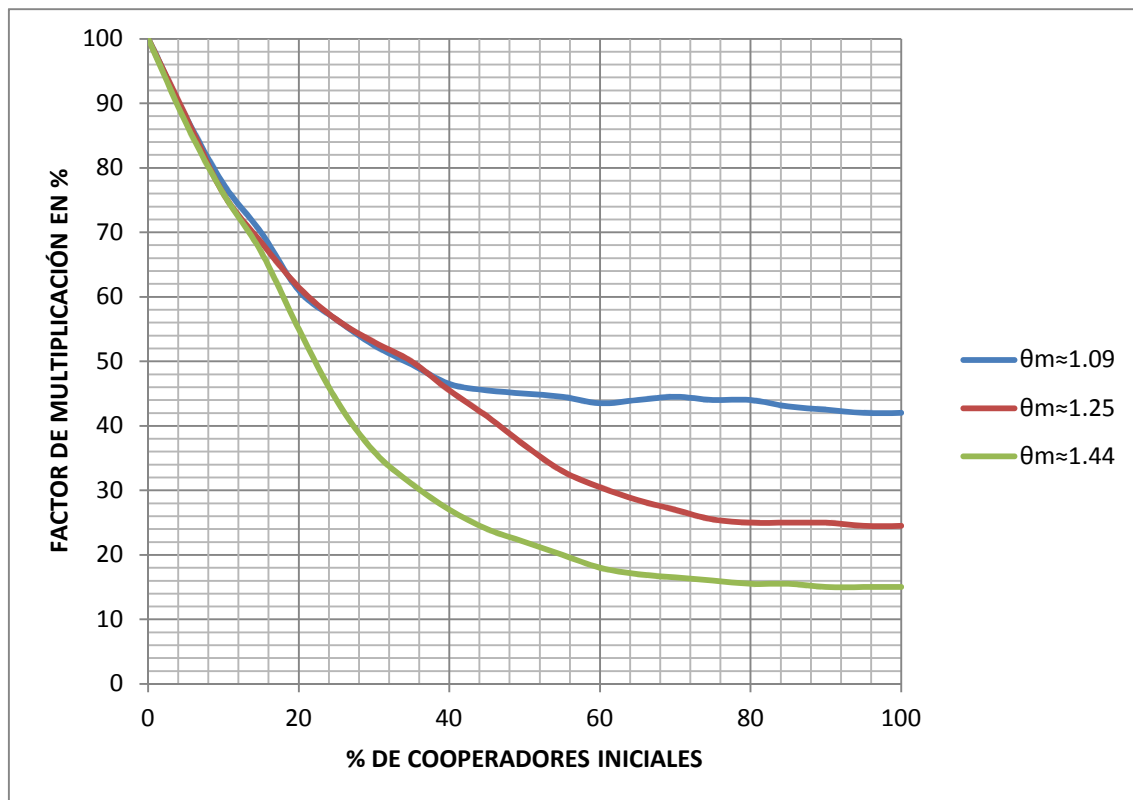


Figura 4.4.9 Comparativa de distribuciones de sensibilidades para $\alpha=1.0$.

En la figura 4.4.9 podemos observar el drástico efecto que tiene una disminución de la sensibilidad en la emergencia de la norma: vemos que incluso para valores altos de cooperadores iniciales (80-90%), si la sensibilidad que predomina en nuestra población es la de los defectores, la emergencia de normas necesitará valores de factores de multiplicación mayores que el 40%. Observamos también que hasta que los cooperadores iniciales no se sitúan en el 15% la tendencia para los tres tipos de distribución es la misma, donde la distribución en la que predominan los jugadores con sensibilidades altas se empieza a separar de las otras dos, las cuales siguen parejas hasta un 40% de cooperadores iniciales.

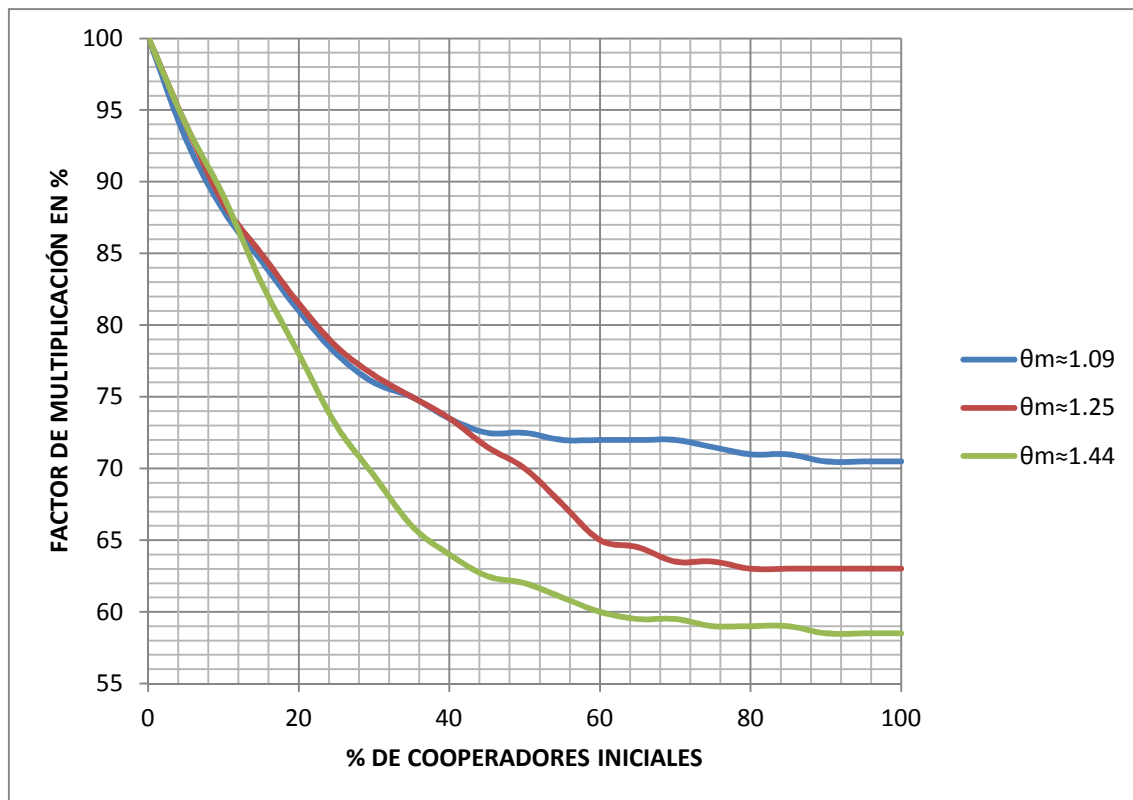


Figura 4.4.10 Comparativa de distribuciones para $\alpha=0.5$

Comparando las figuras 4.4.9 y 4.4.10, vemos que la convergencia se hace aún más difícil cuando el peso de la norma ha disminuido, de acuerdo con las conclusiones del punto 4.3. La separación entre las líneas de cambio de tendencia ha disminuido, lo que es lógico ya que el factor que multiplica a la sensibilidad es el peso α . Al igual que en la figura 4.4.9, las líneas el cambio de tendencia están unidas para las tres distribuciones hasta el 15% de cooperadores iniciales, donde la distribución con $\theta_m \approx 1.44$ se empieza a separar de las otras dos, que también siguen iguales hasta que los cooperadores iniciales alcanzan el 40%.

Una vez comparadas las tres distribuciones de sensibilidad en las que en cada una predominaba un tipo de agente (cooperadores, indecisos y defectores), nos disponemos a introducir dos distribuciones de sensibilidad en las que lo que cambie sea la diversidad. Para ello introduciremos dos intervalos de sensibilidad: $[0, 1.5]$ donde la

sensibilidad media inicial será $\theta_m \approx 0.75$, y $[0, 3.5]$ con $\theta_m \approx 1.75$, en las que el grupo que dominará será el de los indecisos, o mejor dicho, la distribución de sensibilidad presentará un mayor número de jugadores en la zona central, como se muestra en las siguientes imágenes.

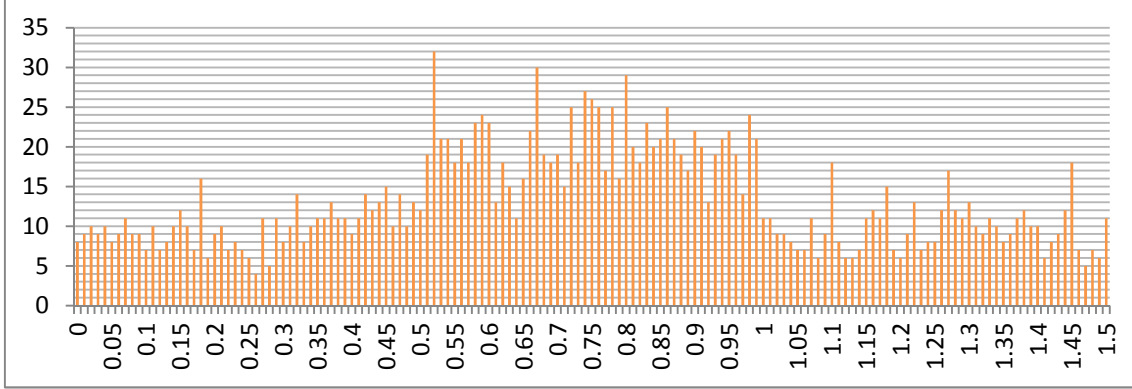


Figura 4.4.11 Distribución inicial de sensibilidades centrada en el intervalo $[0, 1.5]$.

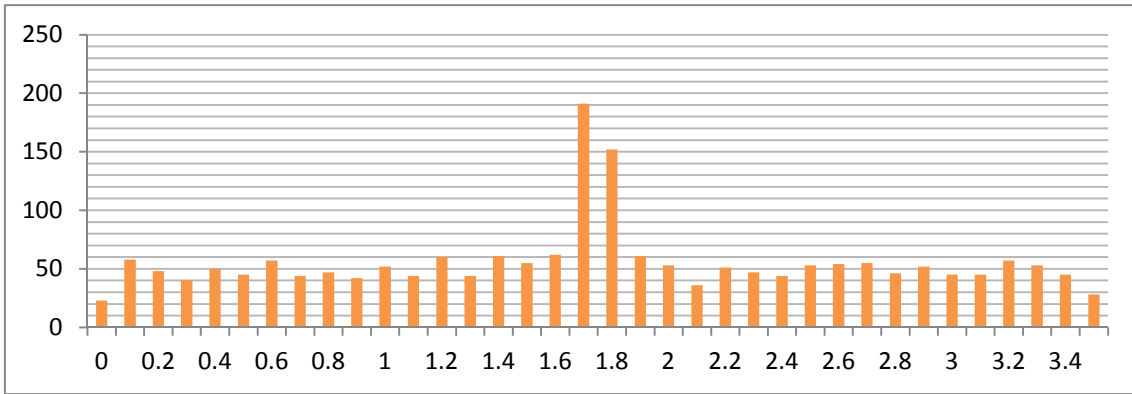


Figura 4.4.12 distribución inicial de sensibilidades centrada en el intervalo $[0, 3.5]$.

Para estos casos de estudio hemos elegido un población con $N=2000$ agentes, sobre la que aplicaremos, al igual que antes, 50 ciclos de actualización síncrona, mas que suficientes para que la convergencia del sistema quede bien definida. Al igual que en todos los apartados anteriores, sacaremos conclusiones en base a la superposición de los mapas $r-n_c$, que como se ha demostrado antes solamente varían dependiendo del peso de la norma (α) y de la distribución de sensibilidades inicial.

Este proceso lo repetiremos para dos pesos de norma $\alpha=1.0$ y $\alpha=0.5$, con el objetivo de observar cómo influye que el intervalo en el que se distribuyen las sensibilidades de los agentes sea más o menos pequeño para un grado de aceptación alto y otro medio.

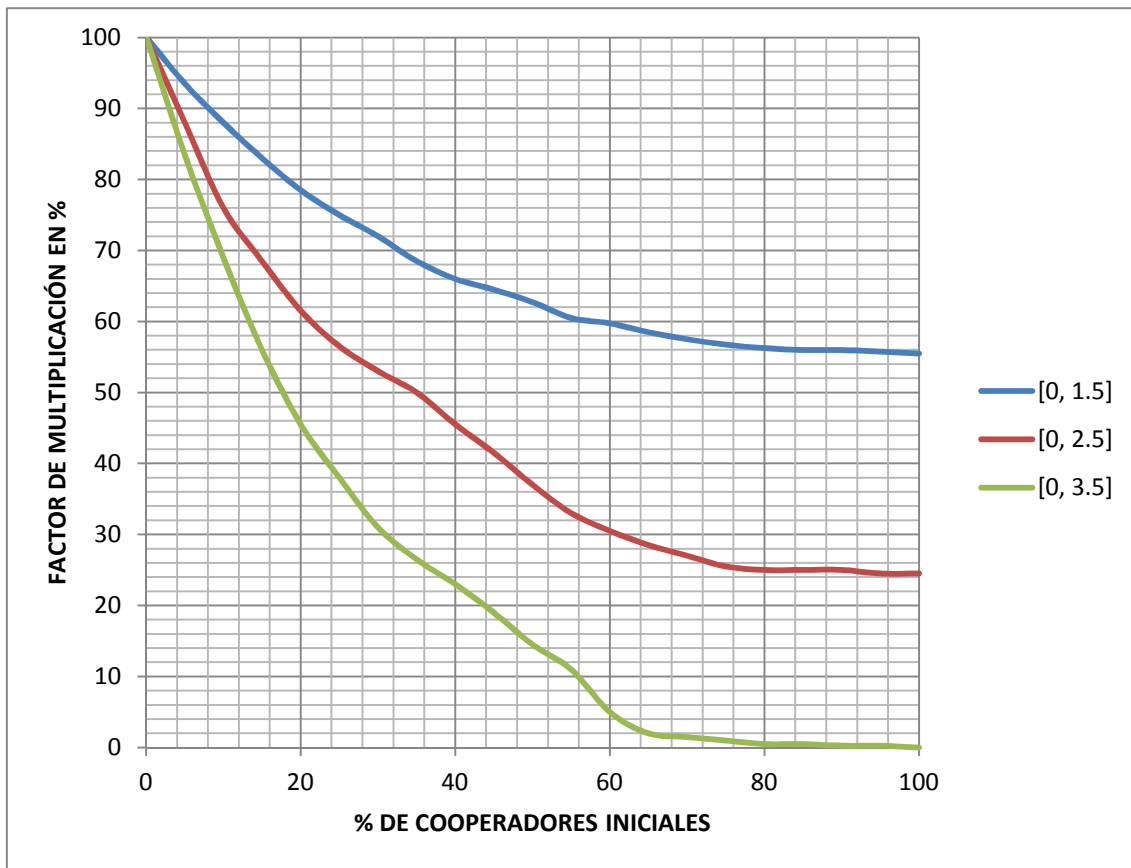


Figura 4.4.13 Comparación de los tres intervalos de sensibilidad para $\alpha=1.0$.

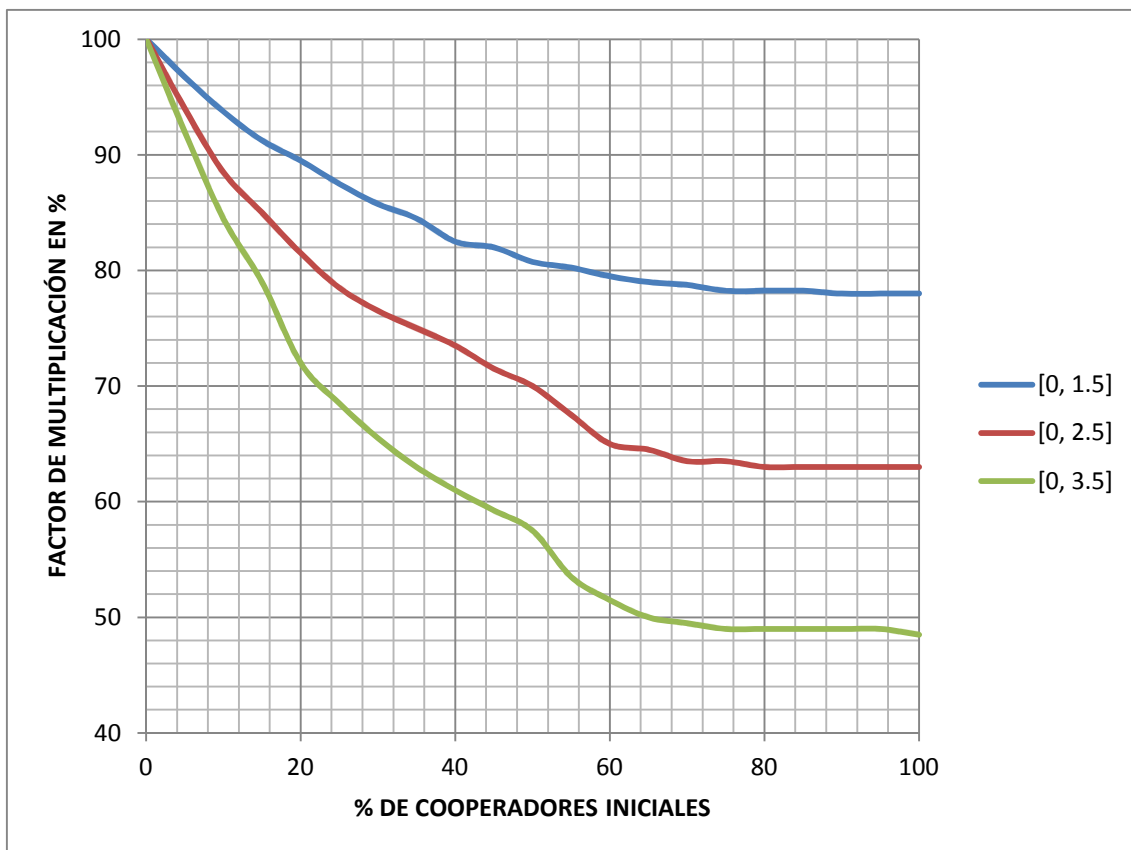


Figura 4.4.14 Comparación de los tres intervalos de sensibilidad para $\alpha=0.5$.

En la figura 4.4.13 podemos ver que para una aceptación máxima de la norma el intervalo en el que se distribuyen las sensibilidades de los agentes es determinante, pues mientras que para la distribución $[0, 1.5]$ centrada son necesarios factores de multiplicación del orden del 55% para que haya convergencia con unos cooperadores iniciales del 100%, para el intervalo $[0, 3.5]$ siempre tendremos convergencia a un valor distinto de cero para valores altos de cooperadores iniciales, aunque debemos indicar que estos disminuirán debido a la presencia permanente de agentes con sensibilidades bajas hacia la norma. Observando la figura 4.4.14 vemos que el efecto anteriormente descrito con máxima aceptación de la norma para el intervalo $[0, 3.5]$ ha desaparecido, ya que incluso para cooperadores iniciales del 100% el factor de multiplicación necesario para que haya seguimiento de la norma ronda el 50%. Para el intervalo $[0, 1.5]$ podemos comprobar que la emergencia de la norma se hace bastante complicada incluso para valores altos de cooperadores iniciales con peso de la norma (α) máximo.

5. CONCLUSIONES

El equilibrio de Nash para el juego de los bienes públicos se da cuando todos los agentes adoptan posturas egoístas (defectoras), a pesar de que de esta manera obtienen una utilidad mucho menor que si hubiesen adoptando posturas cooperadoras. Este caso es el que se entiende como “La tragedia de los comunes”, en referencia al artículo redactado por el ecologista norteamericano Garret Hardin, en el que detalla que cuando un bien se vuelve escaso y existe libre acceso a él deben surgir leyes o derechos de propiedad individuales, o colectivos, que restrinjan el acceso al mismo con el fin de protegerlo, dando lugar a dos posibles soluciones: la asignación de derechos de propiedad, y la gestión pública del recurso.

En el caso que nos ocupa, nos hemos centrado en un escenario de bienes públicos, donde se ha estudiado un modelo socioeconómico de cooperación para comprender el efecto de la presión social en la contribución a un bien público [M. Spitchig et al. (2011)].

Nuestros resultados demuestran que nuestro enfoque ha tenido un gran éxito. De hecho, encontramos una fuerte evidencia de la resonancia inducida por diversidad, es decir, del hecho de que la respuesta del sistema a una señal externa es más fuerte en un cierto rango de los parámetros que rigen el comportamiento en el sistema. Así en el apartado 4.4 hemos podido comprobar que para un intervalo de sensibilidades muy amplio y con valores altos (el intervalo $[0, 3.5]$) la emergencia de la norma se produce de una forma más fácil y rápida que en el caso en el que tenemos un intervalo estrecho y con sensibilidades bajas (el intervalo $[0, 1.5]$).

En el punto 4.3 hemos visto que el grado de aceptación de la norma, o peso de la norma (α) influye de manera determinante en el surgimiento de la misma. Hemos podido comprobar que con valores bajos de esta aceptación son necesarios unos esfuerzos muy grandes, que pueden ser traducidos en cambios legales o incentivos por parte de los gobiernos para que la población aumente su sensibilidad, apareciendo siempre, eso sí, agentes defectores que se beneficiarán de la no cooperación. Hemos demostrado que los esfuerzos requeridos disminuyen a medida que la norma va adquiriendo cada vez mayor aceptación. Por lo tanto podemos concluir que en la fase de nacimiento de una norma será necesaria mucha participación e implicación por parte de los órganos reguladores que las impulsen, siendo cada vez menos determinantes a medida que pasa el tiempo y la norma va ganando en popularidad y reconocimiento.

Por otro lado hemos podido comprobar que para intervalos amplios o con predominio de agentes con tendencias cooperadoras estos esfuerzos requeridos no son tan grandes y que el seguimiento de la norma se lleva a cabo, en gran medida, por la presión social. También hemos observado el efecto que tiene el predominio de un determinado tipo de agentes en el intervalo de sensibilidades sobre la contribución al bien común, pues hemos visto que las distribuciones en las que predominan los

defectores se ofrece mayor resistencia a la emergencia de la norma que en aquellas en las que existe un gran grupo influido por la decisión tomada por los demás.

Otro dato que debemos tener en cuenta es que, como ya hemos dicho, siempre aparecerán agentes defectores que se beneficien de la no cooperación, es decir, siempre que surja una norma aparecerán individuos inconformistas que obtengan beneficio por no seguir las normas establecidas en la sociedad. Estos individuos no pueden ser controlados o forzados a cooperar mediante la norma social, por lo que habría que pensar en otras medidas (sanciones, multas) para reconducir su comportamiento.

También hemos notado que incluso en casos extremos de cooperadores iniciales y factores de multiplicación muy altos (del orden del 100%), siguen apareciendo defectores, por lo tanto la sensibilidad de la población siempre evolucionará a un estado bipolar, siempre por encima de las curvas de cambio de tendencia, en el que se den dos grupos de individuos, cooperadores y defectores, en el que los agentes “indecisos” desaparecen. Esto es debido a que siempre aparecerá un valor de sensibilidad, dependiente del peso de la norma (n_c y α) y el factor de multiplicación r , que marque la frontera entre la cooperación y la defección. Debemos hacer constar que a medida que nos alejamos en sentido positivo (arriba-derecha) de las curvas de cambio de tendencia representadas en los mapas r - n_c , el grupo de los defectores comienza a ser menos numeroso en beneficio del grupo de los cooperadores. Traduciendo este aspecto a la vida real, siempre nos encontraremos grupos, más o menos numerosos, que se opondrán al surgimiento de una norma, y dependiendo de la magnitud de ésta, podrán generar conflictos. De esta manera también podemos concluir que los organismos que regulen el surgimiento de la norma deberán ejercer un desempeño, directamente proporcional al tamaño del grupo de opositores (defectores), ya sea bien por aportar mayores beneficios a la cooperación o mayores castigos al comportamiento insolidario.

6. REFERENCIAS

- C. J. Tessone, A. Sánchez, and F. Schweitzer, Phys. Rev. E **87**, 022803 (2013).
- C. Castellano, S. Fortunato, and V. Loreto, Rev. Mod. Phys. **81**, 591 (2009).
- D. Stauffer, Comput. Sci. Eng. **5**, 71 (2003).
- C. J. Tessone, C. R. Mirasso, R. Toral, and J. D. Gunton, Phys. Rev. Lett. **97**, 194101 (2006).
- C. J. Tessone and R. Toral, Eur. Phys. J. B **71**, 549 (2009).
- S. Galam, Physica A **238**, 66 (1997).
- T. Vaz Martins, M. Pineda, and R. Toral, Europhys. Lett. **91**, 48003 (2010).
- G. Deffuant, D. Neau, F. Amblard, and G. Weisbuch, Adv. Complex Syst. **3**, 87 (2000).
- M. Spichtig and C. Traxler, J. Econ. **102**, 237 (2011)
- J. Coleman, *Foundations of Social Theory* (Harvard University Press, Cambridge, MA, 1990).
- Garrett Hardin, “The Tragedy of the Commons” , *Science* vol. 162 (1968), pp. 1243-1248.

ANEXO I

En este Anexo I se presentarán algunas de las simulaciones necesarias para hallar los mapas $r-n_c$ sobre los que hemos ido obteniendo conclusiones a lo largo de este trabajo.

Los mapas $r-n_c$, se han hecho fijando el porcentaje de cooperadores iniciales y variando el factor de multiplicación (r) hasta que se alcanzaba el punto por debajo del cual los cooperadores finales convergían al 0%.

1. Simulaciones con actualización asíncrona, cambiando el tamaño de la muestra, con un intervalo de sensibilidades $[0, 2.5]$ con mayor densidad de cooperadores potenciales y aceptación de la norma $\alpha = 1.0$.

1.1. Simulaciones con $N=500$

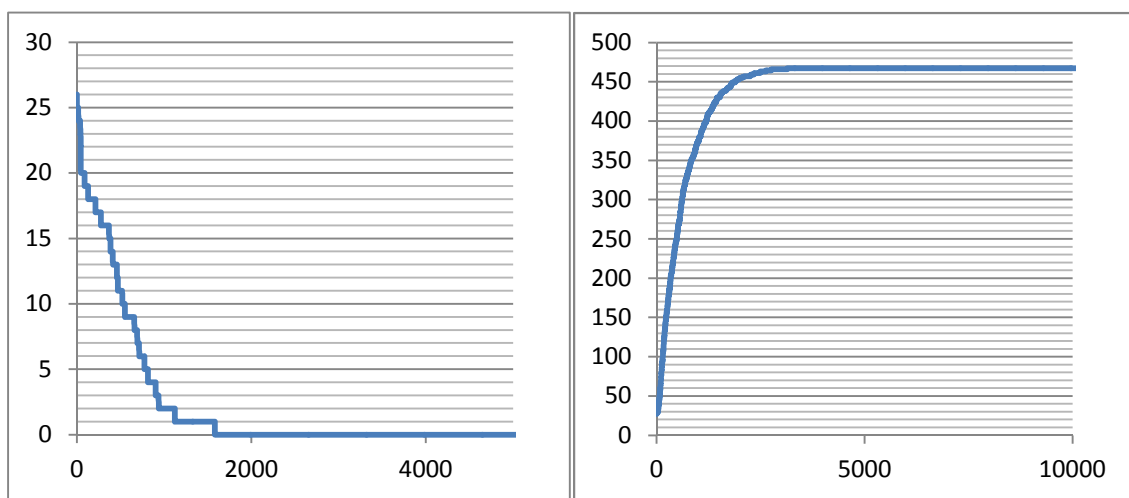


Figura 1.1.1 Simulaciones con el 5% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 430$ y a la derecha $r = 435$.

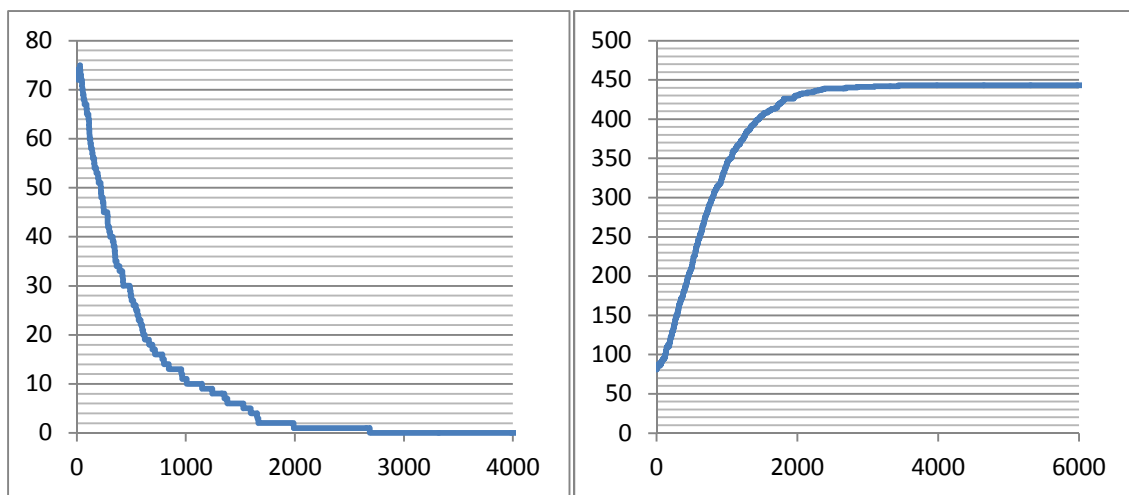


Figura 1.1.2 Simulaciones con el 15% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 330$ y a la derecha $r = 335$.

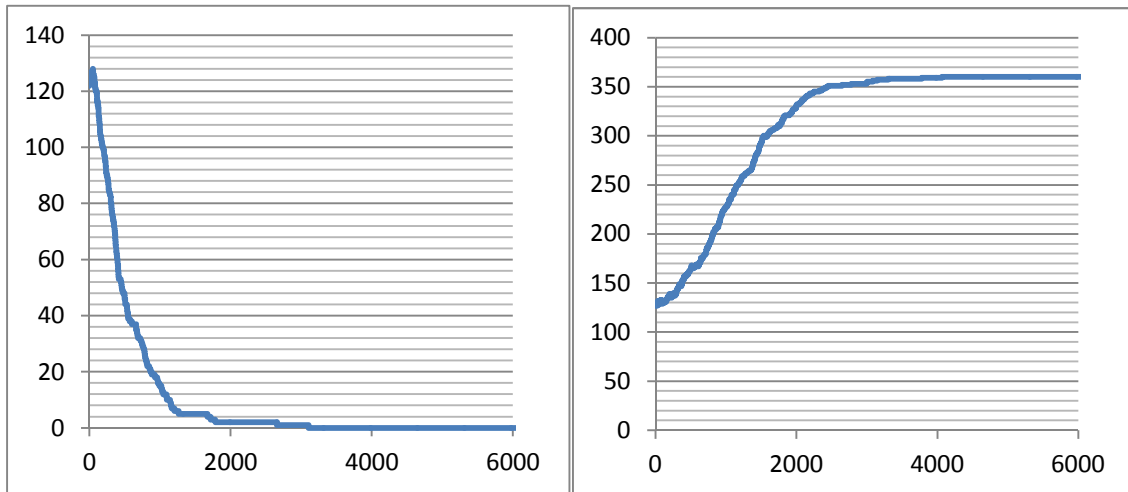


Figura 1.1.3 Simulaciones con el 25% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 430$ y a la derecha $r = 435$.

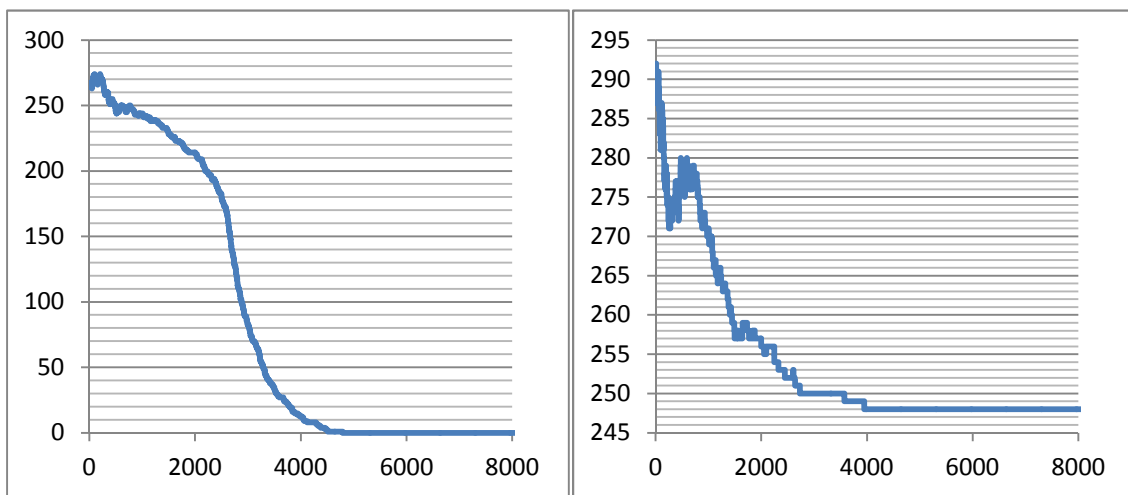


Figura 1.1.4 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 100$ y a la derecha $r = 105$.

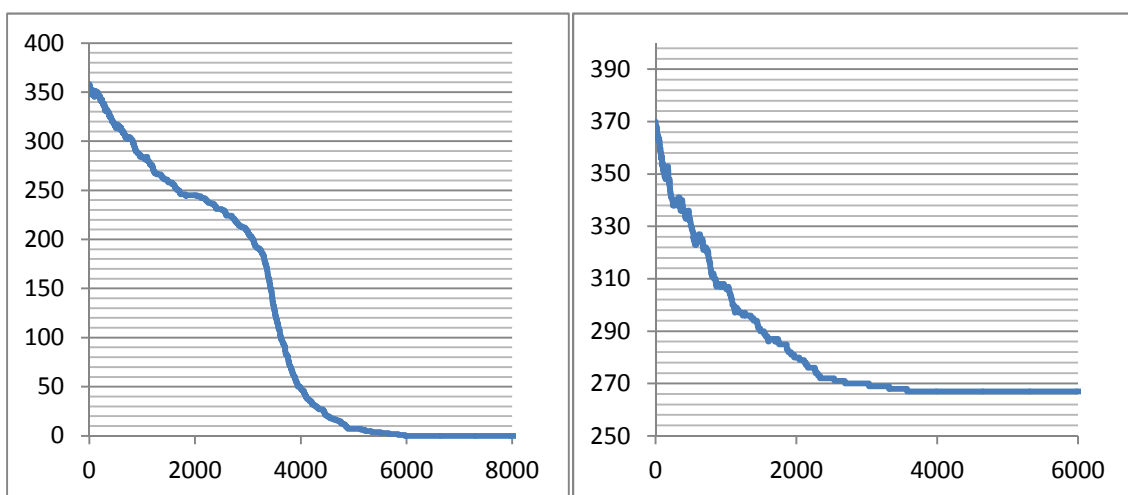


Figura 1.1.5 Simulaciones con el 75% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 80$ y a la derecha $r = 83$.

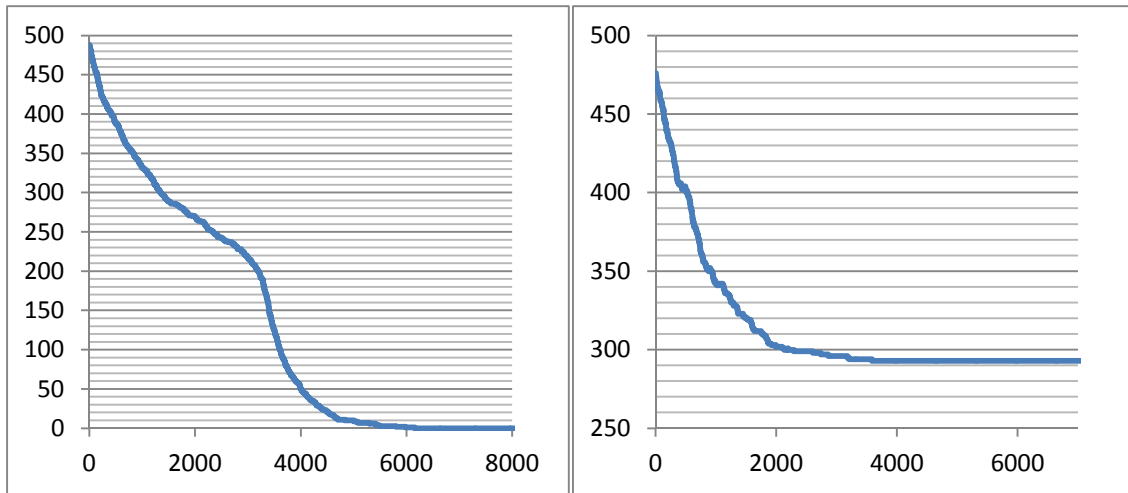


Figura 1.1.6 Simulaciones con el 95% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 76$ y a la derecha $r = 78$.

En la elaboración de los mapas $r-n_c$ se ha ido variando el porcentaje de cooperadores iniciales a intervalos del 5%. Todos los valores de factor de multiplicación para este caso son los siguientes:

% De cooperadores iniciales	Factor de multiplicación r	Factor de multiplicación en %
0	501	100.2
5	435	87
10	383	76.6
15	335	67
20	275	55
25	240	48
30	185	37
35	156	31.2
40	140	28
45	130	26
50	108	21.6
55	105	21
60	97	19.4
65	83	16.6
70	83	16.6
75	83	16.6
80	83	16.6
85	82	16.4
90	80	16
95	78	15.6
100	77	15.4

1.2. Simulaciones con $N=1000$.

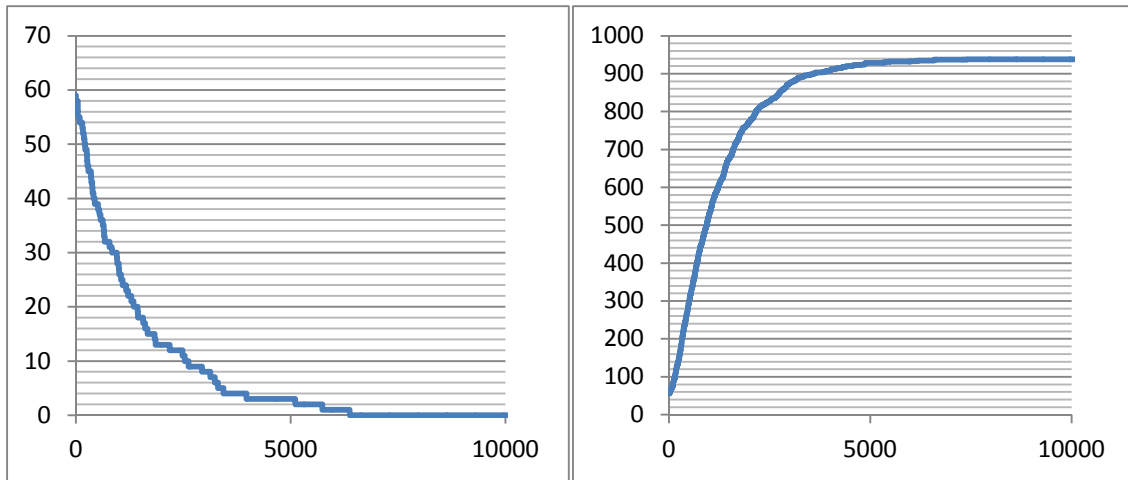


Figura 1.2.1 Simulaciones con el 5% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 850$ y a la derecha $r = 860$.

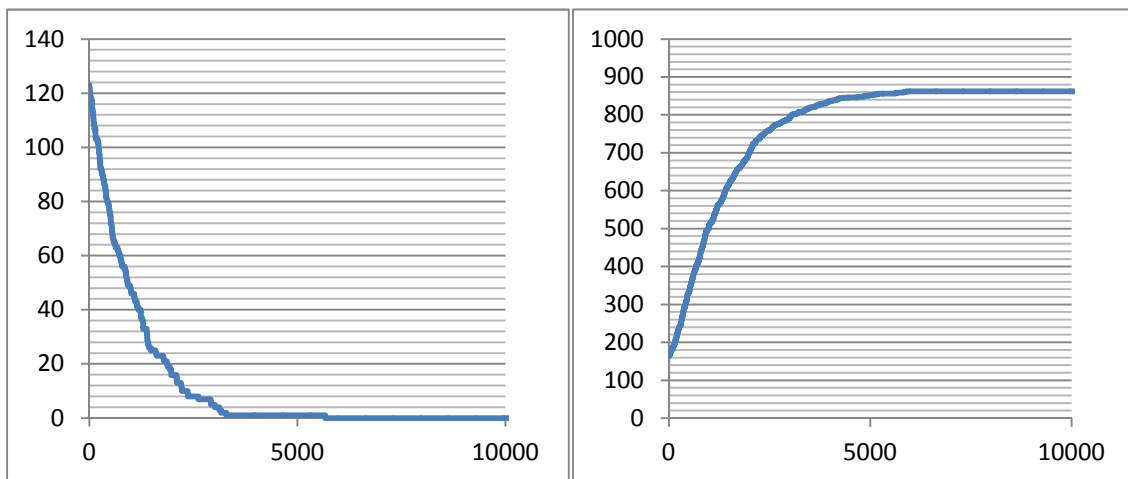


Figura 1.2.2 Simulaciones con el 15% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 660$ y a la derecha $r = 670$.

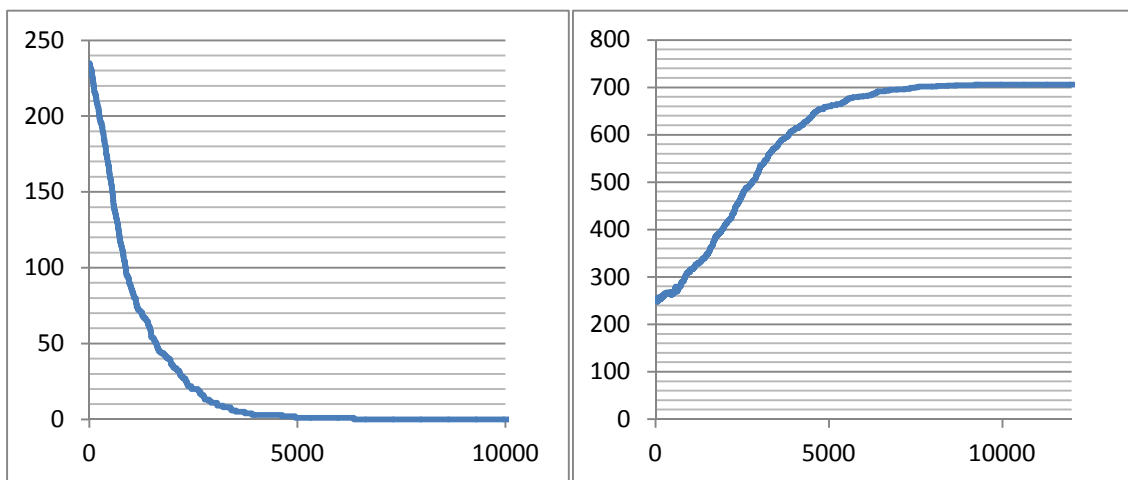


Figura 1.2.3 Simulaciones con el 25% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 425$ y a la derecha $r = 440$.

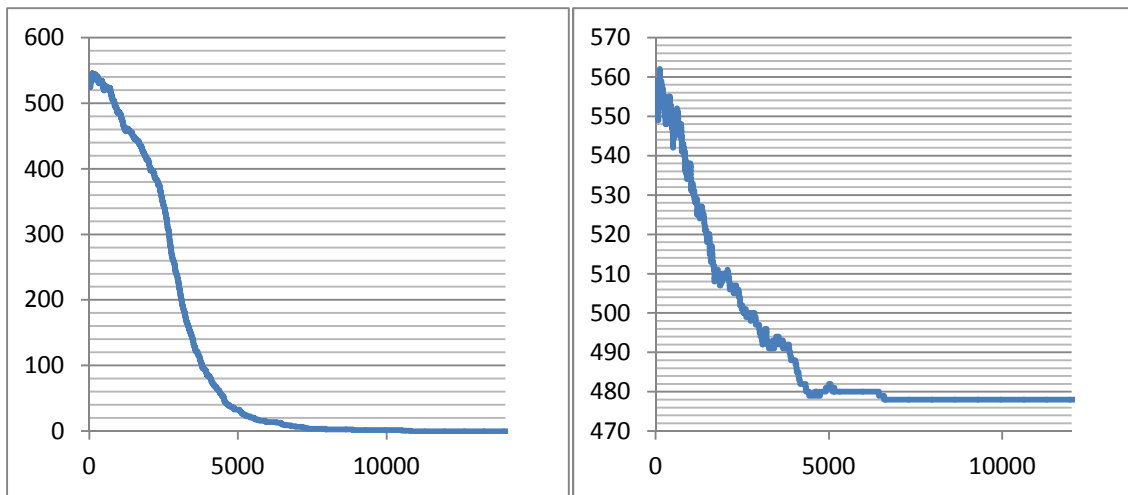


Figura 1.2.4 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 195$ y a la derecha $r = 200$.

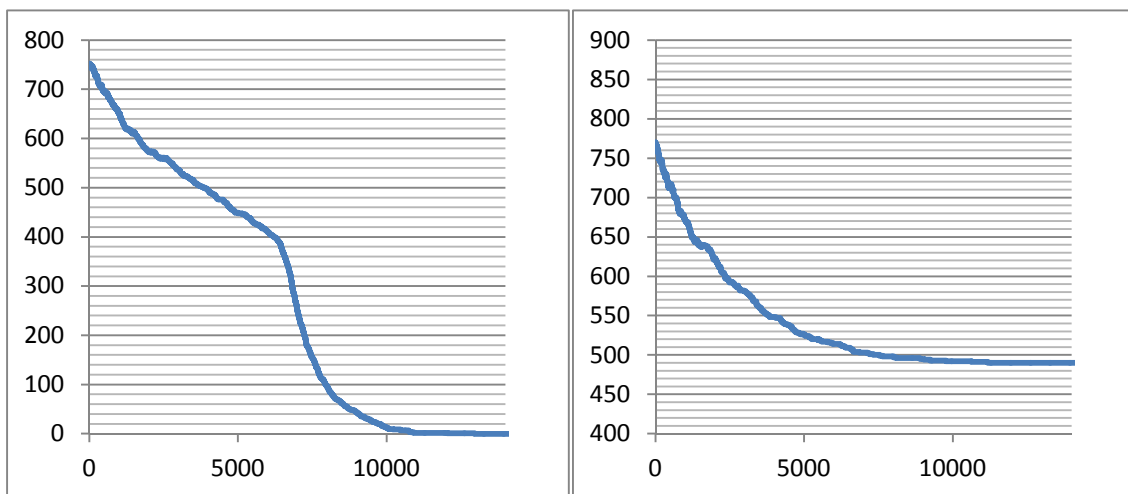


Figura 1.2.5 Simulaciones con el 75% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 155$ y a la derecha $r = 160$.

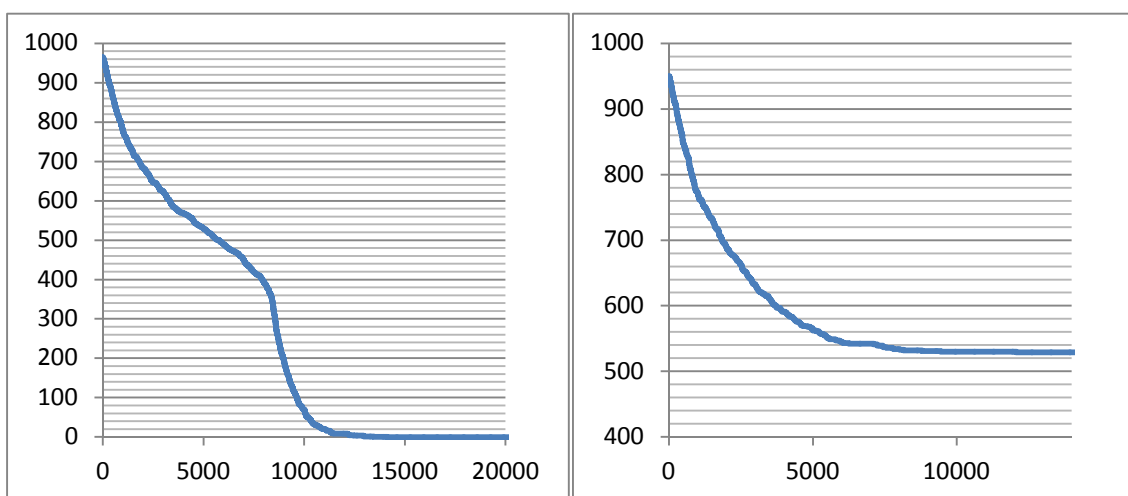


Figura 1.2.10 Simulaciones con el 95% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 145$ y a la derecha $r = 150$.

Todos los puntos de cambio de tendencia se recogen en la siguiente tabla para un tamaño de población $N=1000$:

% De cooperadores iniciales	Factor de multiplicación r	Factor de multiplicación en %
0	1001	100.1
5	870	87
10	760	76
15	670	67
20	550	55
25	440	44
30	360	36
35	310	31
40	270	27
45	240	24
50	220	22
55	200	20
60	180	18
65	170	17
70	165	16.5
75	160	16
80	155	15.5
85	155	15.5
90	150	15
95	150	15
100	150	15

1.3. Simulaciones con $N=2000$.

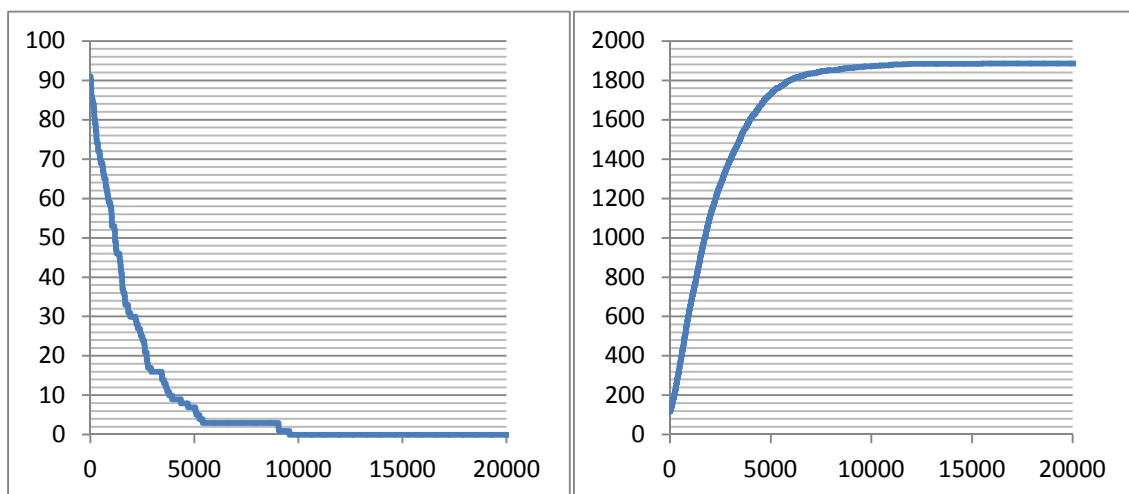


Figura 1.3.1 Simulaciones con el 5% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1745$ y a la derecha $r = 1750$.

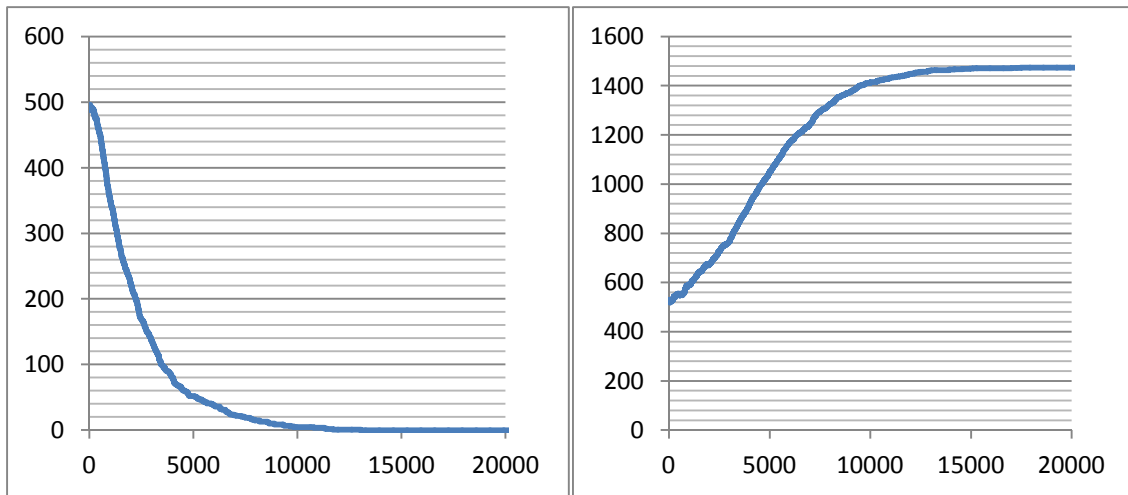


Figura 1.3.2 Simulaciones con el 25% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 885$ y a la derecha $r = 890$.

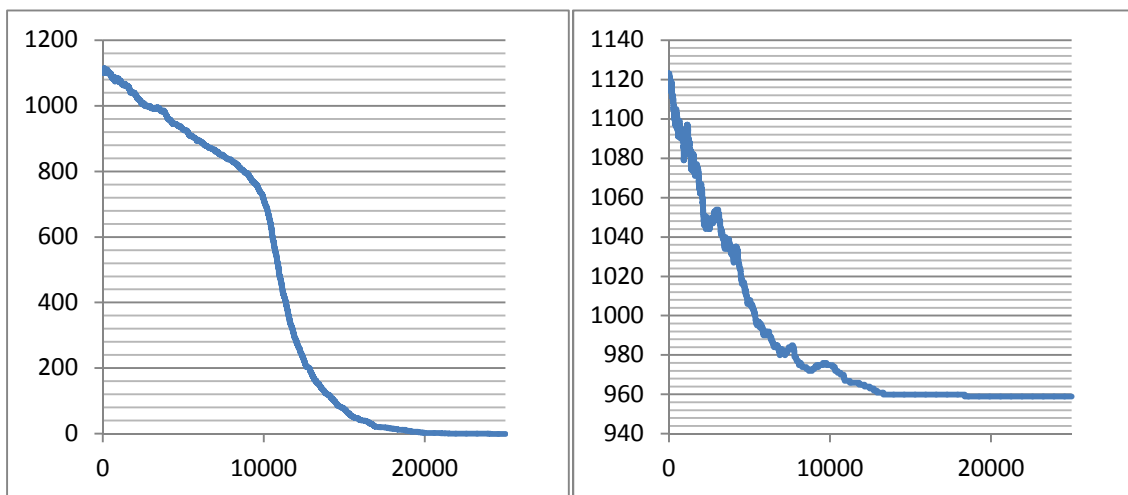


Figura 1.3.3 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 400$ y a la derecha $r = 410$.

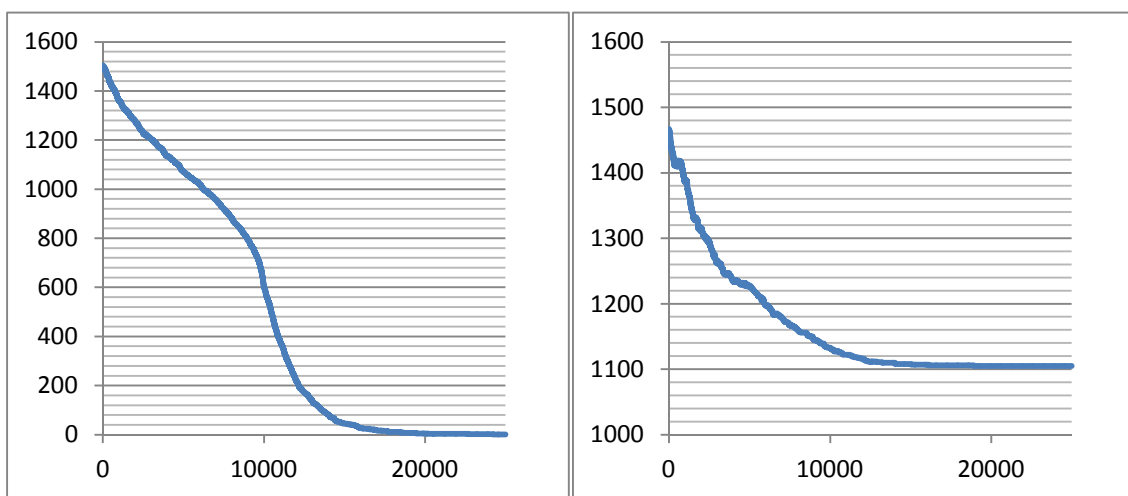


Figura 1.3.4 Simulaciones con el 75% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 330$ y a la derecha $r = 340$.

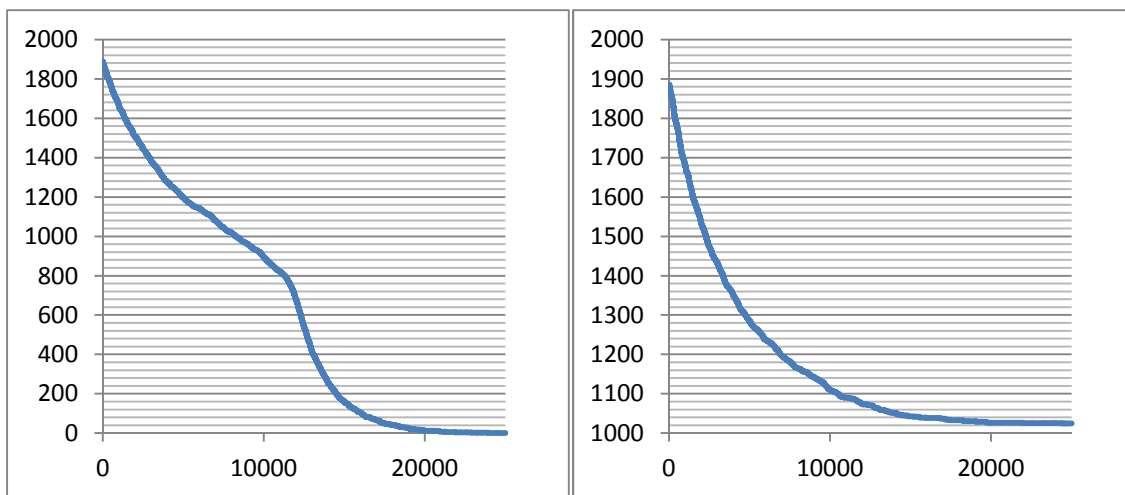


Figura 1.3.5 Simulaciones con el 95% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 310$ y a la derecha $r = 315$.

A continuación ofrecemos todos los puntos de cambio de tendencia para las tres distribuciones, expresados en valor absoluto y porcentaje sobre la población.

% De cooperadores iniciales	$N=500$		$N=1000$		$N=2000$	
	R	$r(\%)$	r	$r(\%)$	r	$r(\%)$
0	501	100.2	1001	100.1	2001	100.05
5	435	87	870	87	1750	0
10	383	76.6	760	76	1520	76
15	335	67	670	67	1325	66.25
20	275	55	550	55	1100	55
25	240	48	440	44	890	44.5
30	185	37	360	36	735	36.75
35	156	31.2	310	31	615	30.75
40	140	28	270	27	540	27
45	130	26	240	24	495	24.75
50	108	21.6	220	22	440	22
55	105	21	200	20	400	20
60	97	19.4	180	18	365	18.25
65	83	16.6	170	17	350	17.5
70	83	16.6	165	16.5	340	17
75	83	16.6	160	16	330	16.5
80	83	16.6	155	15.5	325	16.25
85	82	16.4	155	15.5	325	16.25
90	80	16	150	15	320	16
95	78	15.6	150	15	320	16
100	77	15.4	150	15	315	15.75

Como hemos dicho en el apartado 4.1, los resultados se ajustan bastante entre sí, debiéndose sus diferencias a que las condiciones de partida en las simulaciones no eran exactamente iguales.

2. Simulaciones cambiando el modo de actualización, con aceptación de la norma $\alpha = 1.0$, y con un intervalo de sensibilidades $[0, 2.5]$ con mayor densidad de cooperadores potenciales.

2.1. Simulaciones con $N=1000$ y actualización síncrona.

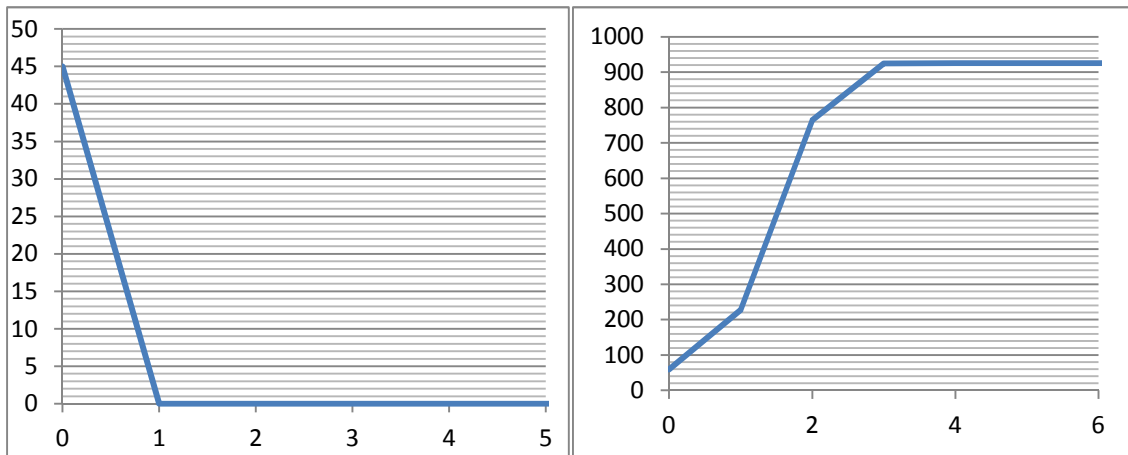


Figura 2.1.1 Simulaciones con el 5% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 865$ y a la derecha $r = 870$.

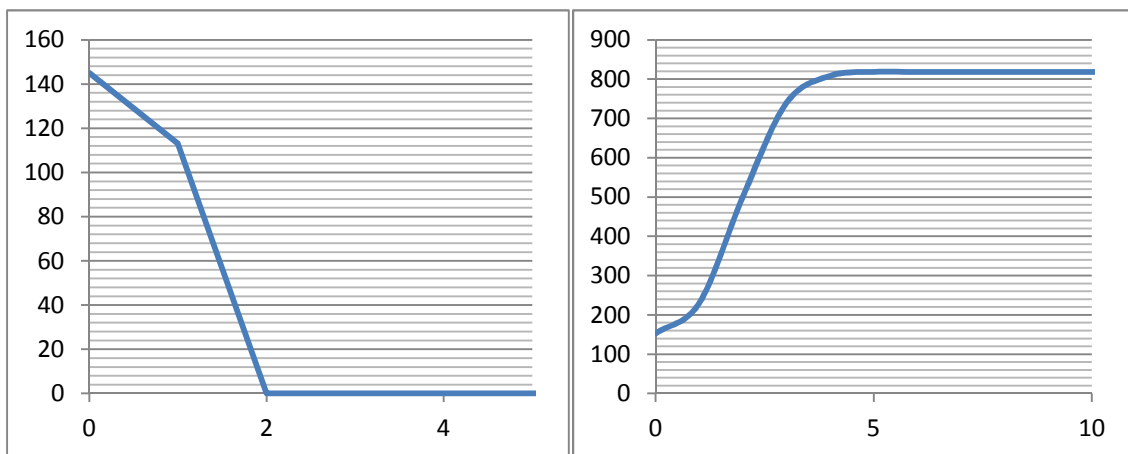


Figura 2.1.2 Simulaciones con el 15% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 660$ y a la derecha $r = 665$.

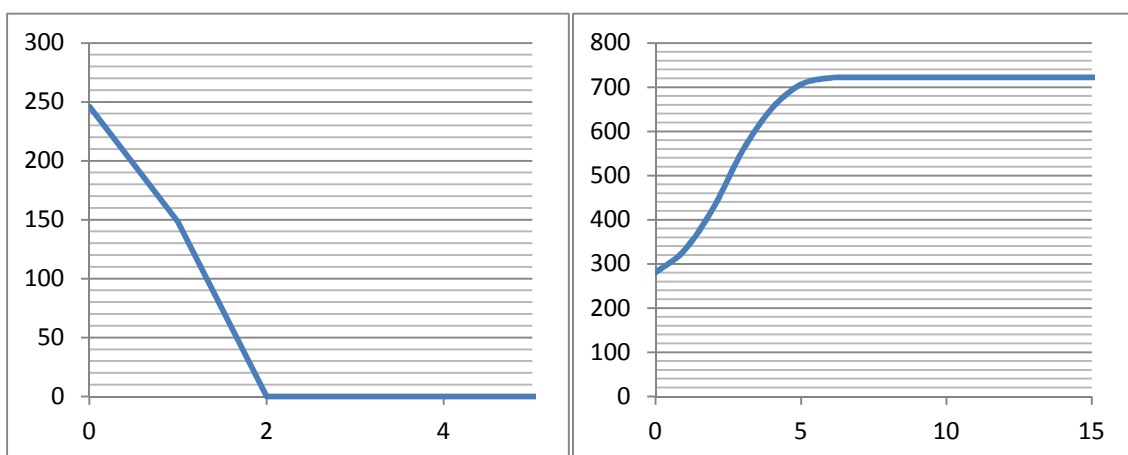


Figura 2.1.3 Simulaciones con el 25% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 195$ y a la derecha $r = 200$.

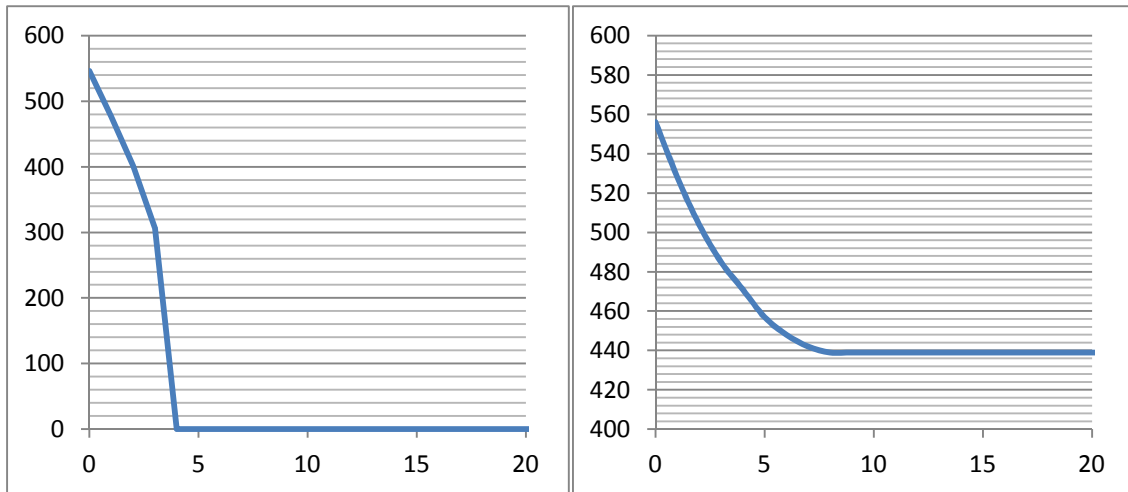


Figura 2.1.4 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 195$ y a la derecha $r = 200$.

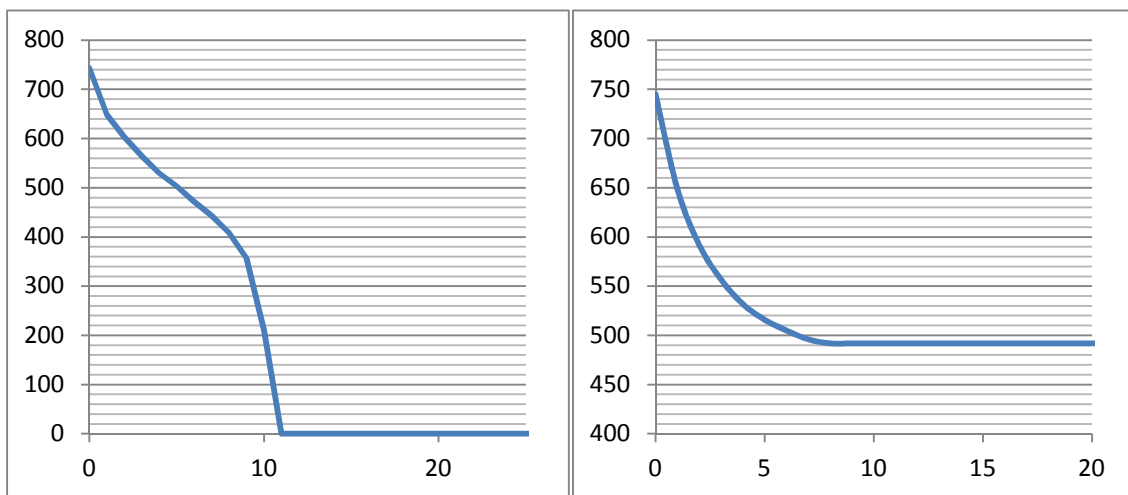


Figura 2.1.5 Simulaciones con el 75% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 160$ y a la derecha $r = 165$.

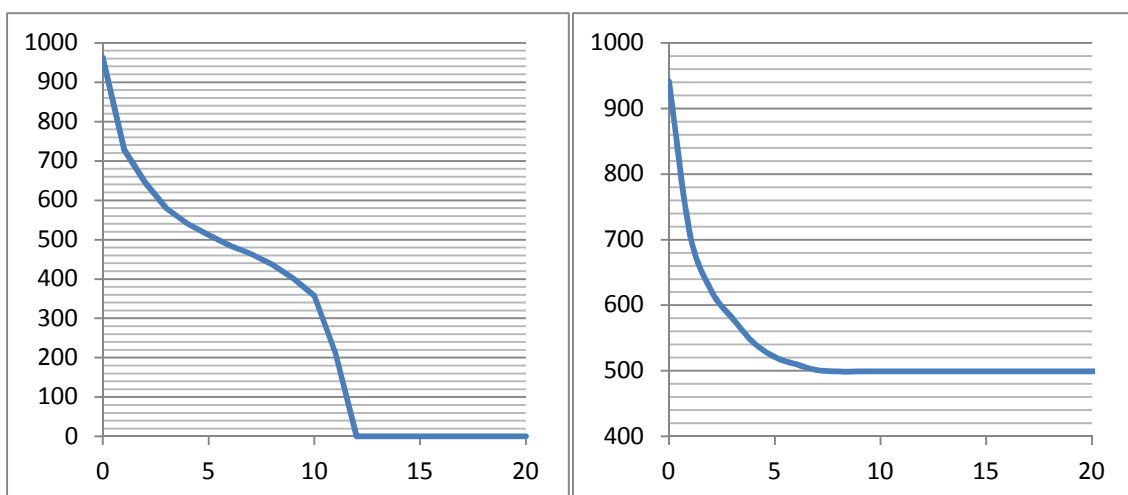


Figura 2.1.6 Simulaciones con el 95% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 150$ y a la derecha $r = 155$.

Para $N=1000$ jugadores, con actualización síncrona los puntos de cambio de tendencia hallados fueron los siguientes:

% De cooperadores iniciales	Factor de multiplicación r	Factor de multiplicación en %
0	1001	100.1
5	870	87
10	760	76
15	670	67
20	550	55
25	440	44
30	360	36
35	310	31
40	270	27
45	240	24
50	220	22
55	200	20
60	180	18
65	170	17
70	165	16.5
75	160	16
80	155	15.5
85	155	15.5
90	150	15
95	150	15
100	150	15

2.2. Simulaciones con $N=2000$ y actualización síncrona.

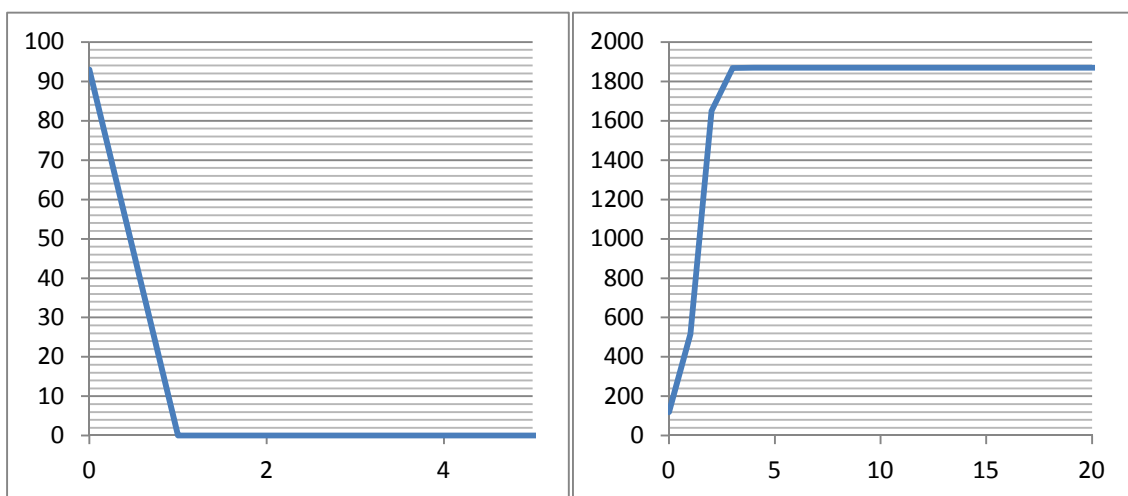


Figura 2.2.1 Simulaciones con el 5% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1740$ y a la derecha $r = 1745$.

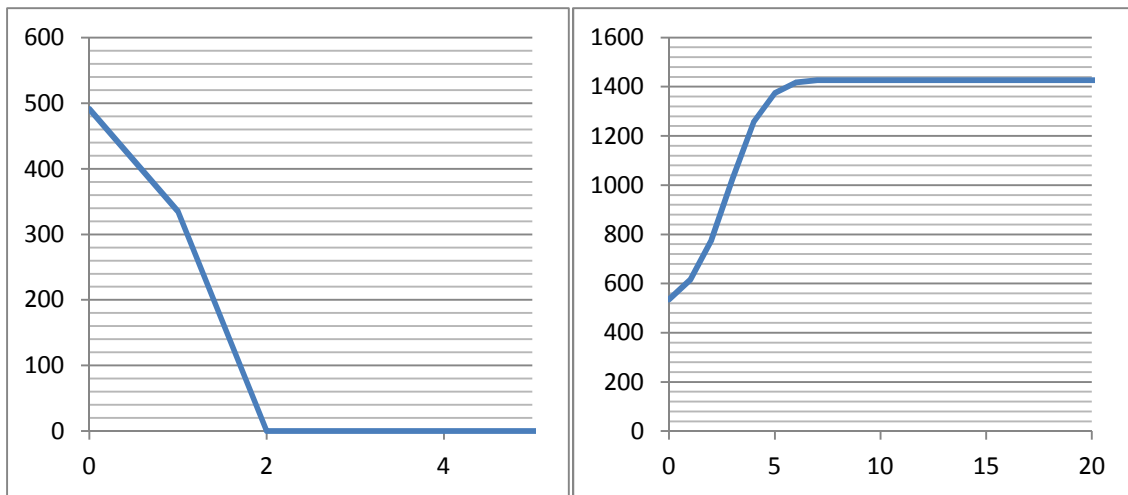


Figura 2.2.3 Simulaciones con el 25% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 885$ y a la derecha $r = 890$

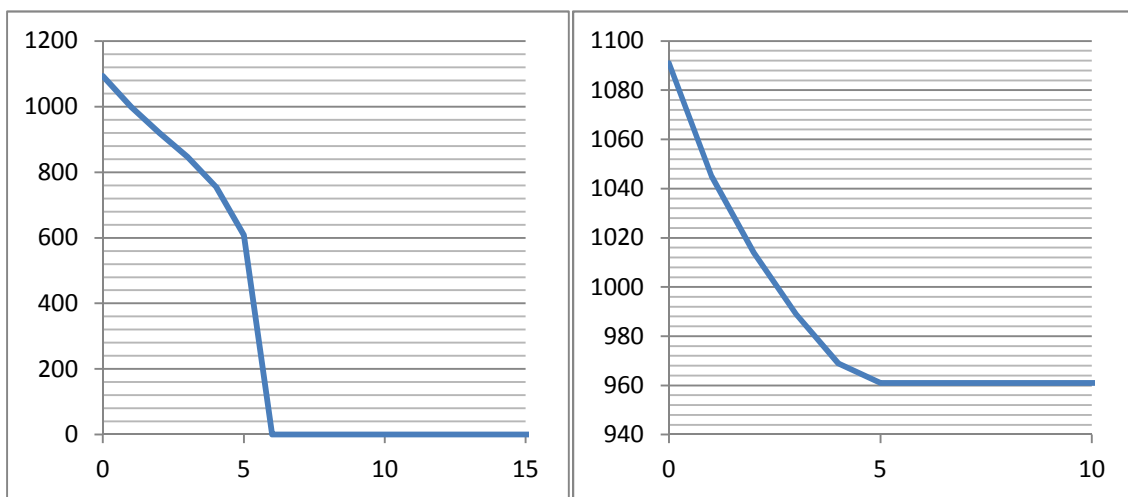


Figura 2.2.4 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 400$ y a la derecha $r = 410$.

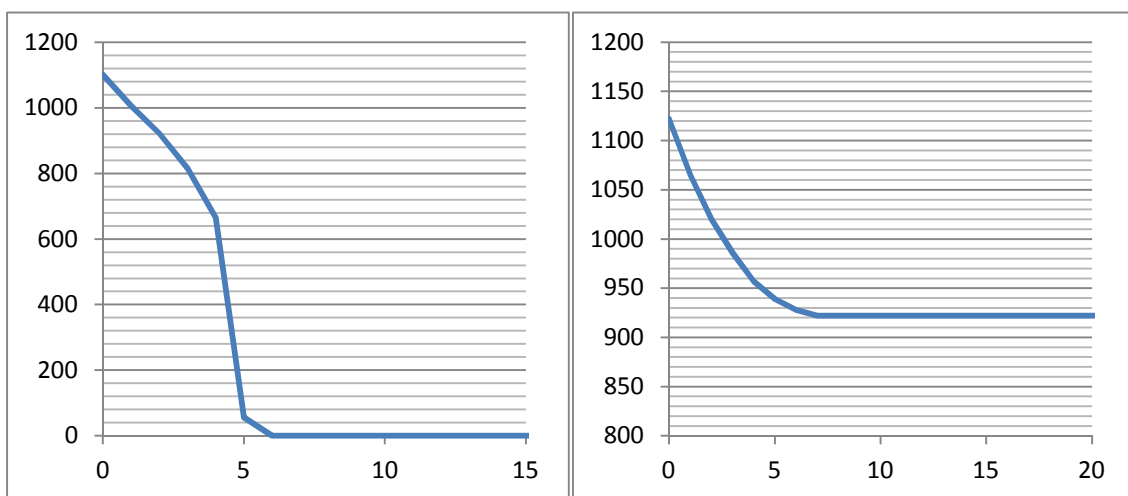


Figura 2.2.5 Simulaciones con el 75% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 330$ y a la derecha $r = 330$.

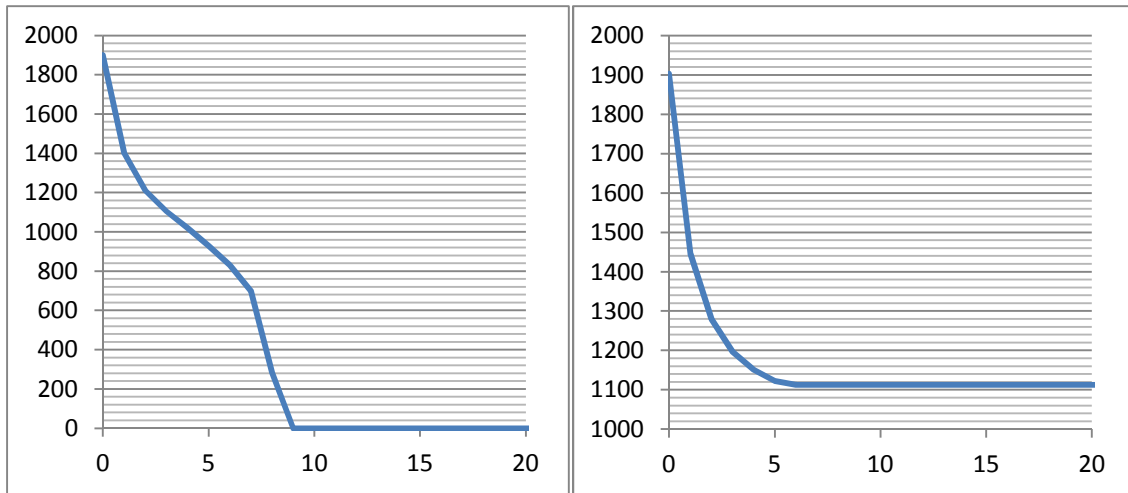


Figura 2.2.6 Simulaciones con el 95% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 315$ y a la derecha $r = 320$.

Al igual que antes introduciremos todos los puntos de cambio de tendencia obtenidos para este caso junto con los de los otros utilizados para hacer la comparación del modo de actualización:

% De cooperadores iniciales	Asíncrona $N=2000$		Síncrona $N=1000$		Síncrona $N=2000$	
	R	r(%)	r	r(%)	r	r(%)
0	2001	100.05	1001	100.1	2001	100.05
5	1750	87.5	870	87	1745	87.25
10	1520	76	760	76	1520	76
15	1325	66.25	670	67	1310	65.5
20	1100	55	550	55	1100	55
25	890	44.5	440	44	885	44.25
30	735	36.75	360	36	740	37
35	615	30.75	310	31	615	30.75
40	540	27	270	27	540	27
45	495	24.75	240	24	490	24.5
50	440	22	220	22	445	22.25
55	400	20	200	20	410	20.5
60	365	18.25	180	18	365	18.25
65	350	17.5	170	17	350	17.5
70	340	17	165	16.5	340	17
75	330	16.5	160	16	330	16.5
80	325	16.25	155	15.5	330	16.5
85	325	16.25	155	15.5	325	16.25
90	320	16	150	15	320	16
95	320	16	150	15	320	16
100	315	15.75	150	15	320	16

3. Simulaciones cambiando el peso de la norma α , con $N=2000$ y actualización síncrona, con intervalo de sensibilidad $[0, 2.5]$ con mayor densidad de cooperadores potenciales.

En el punto 4.3 hemos hecho una comparación para cinco pesos de norma (1.0; 0.75; 0.5; 0.25 y 0.1), el primero de ellos, $\alpha=1.0$, ya lo hemos detallado en las simulaciones anteriores, y ahora aportamos los datos de los otros cuatro pesos de norma para una distribución $[0, 2.5]$ en la que predominan los cooperadores potenciales en una población de $N=2000$ agentes.

3.1. Simulaciones con $\alpha=0.75$.

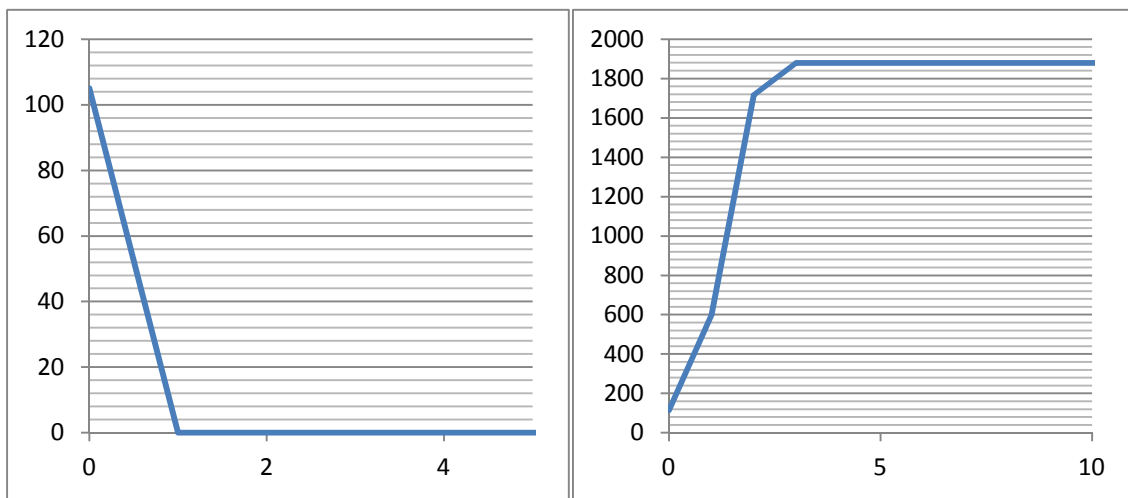


Figura 3.1.1 Simulaciones con el 5% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1815$ y a la derecha $r = 1820$.

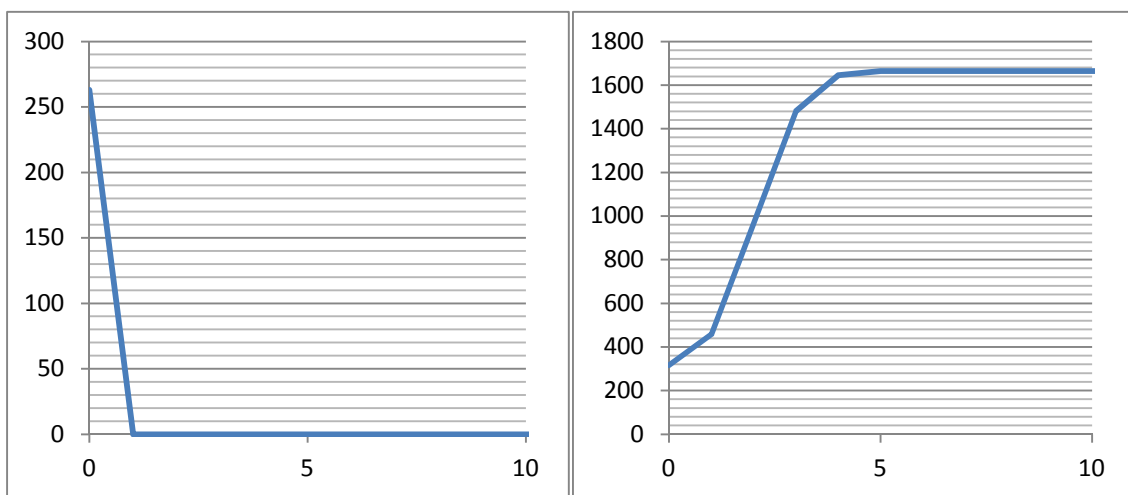


Figura 3.1.2 Simulaciones con el 15% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1475$ y a la derecha $r = 1480$.

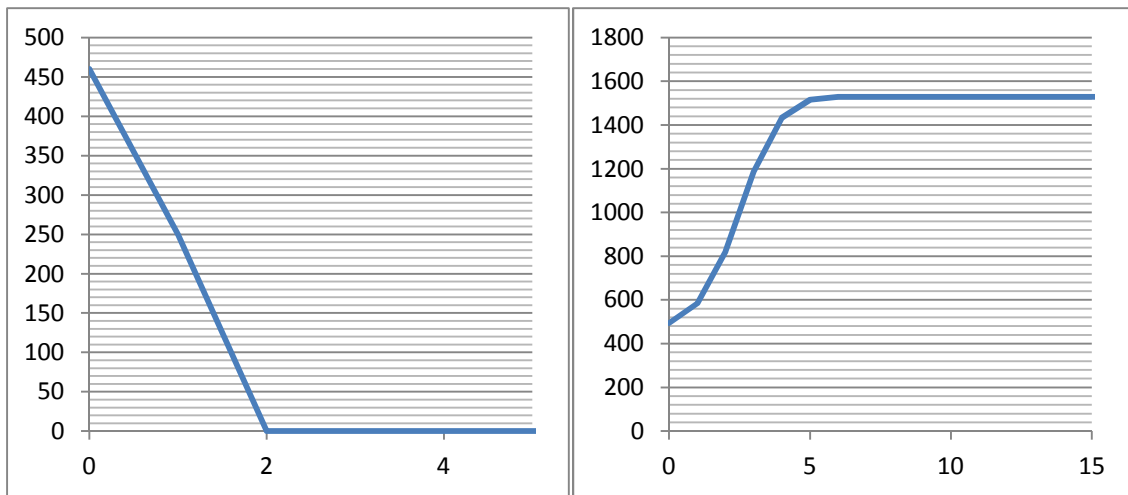


Figura 3.1.3 Simulaciones con el 25% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1215$ y a la derecha $r = 1220$.

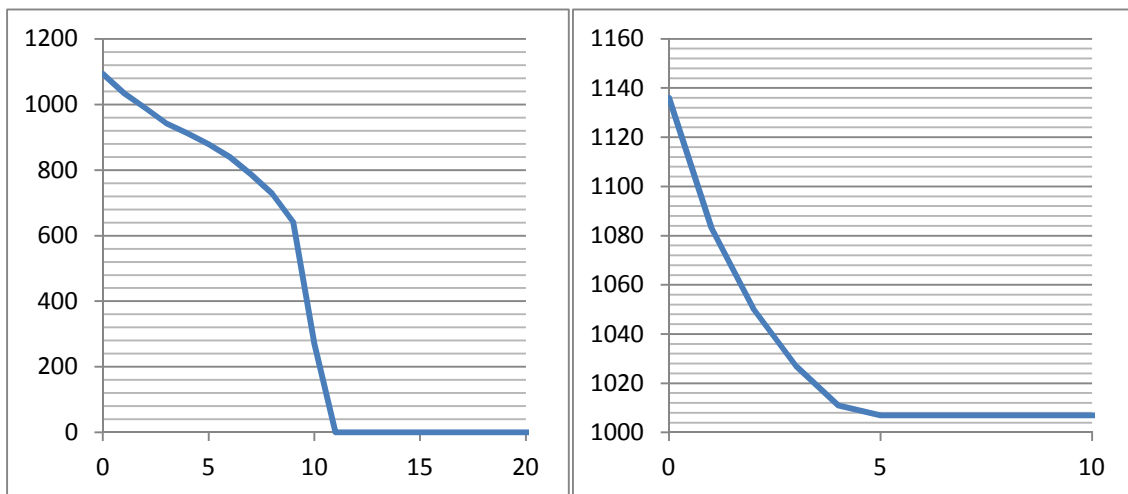


Figura 3.1.4 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 820$ y a la derecha $r = 830$.

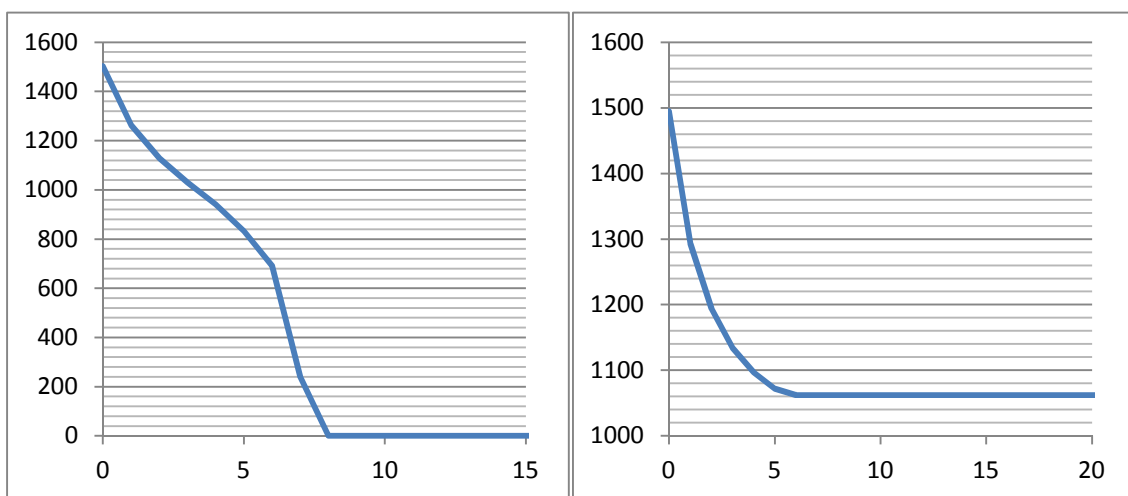


Figura 3.1.5 Simulaciones con el 75% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 760$ y a la derecha $r = 765$.

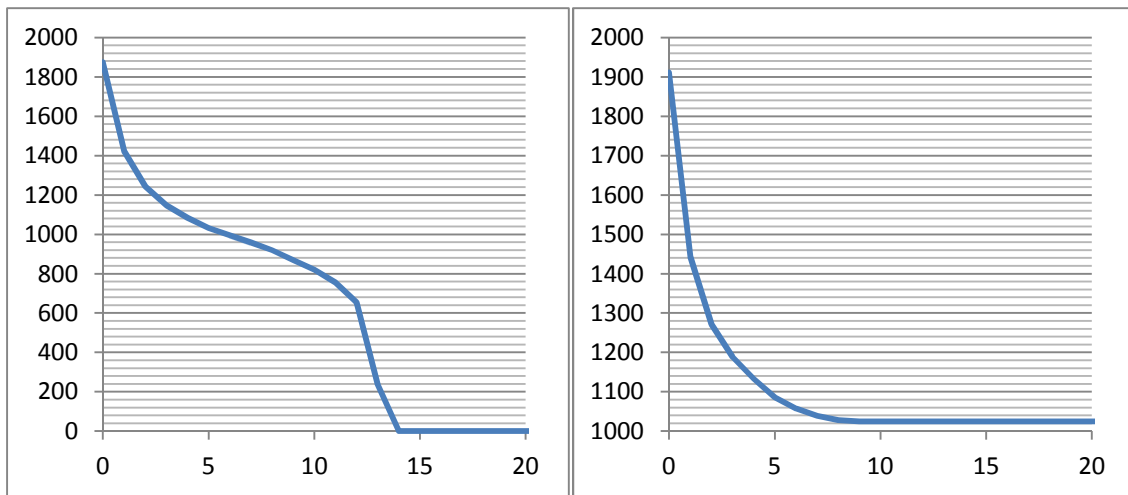


Figura 3.1.6 Simulaciones con el 95% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 750$ y a la derecha $r = 755$.

3.2. Simulaciones con $\alpha=0.5$.

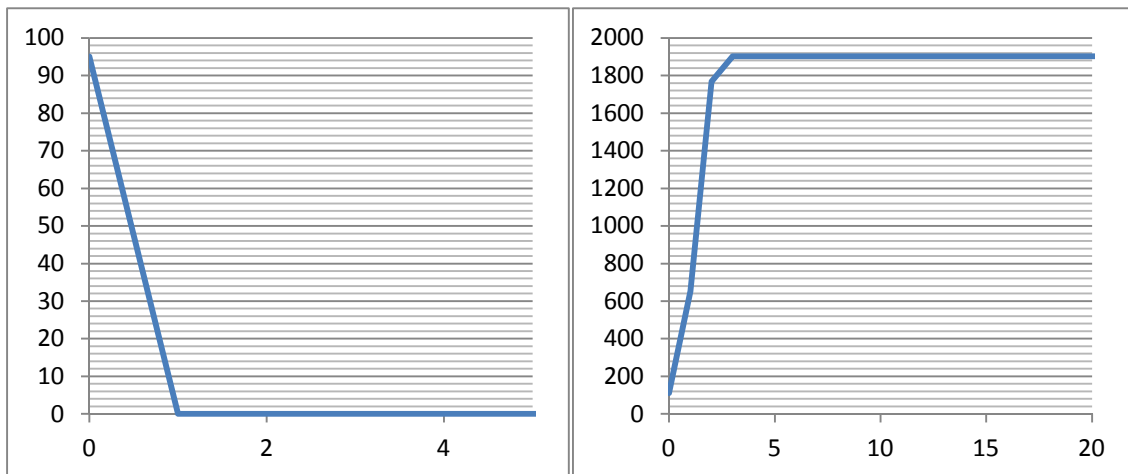


Figura 3.2.1 Simulaciones con el 5% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1880$ y a la derecha $r = 1885$.

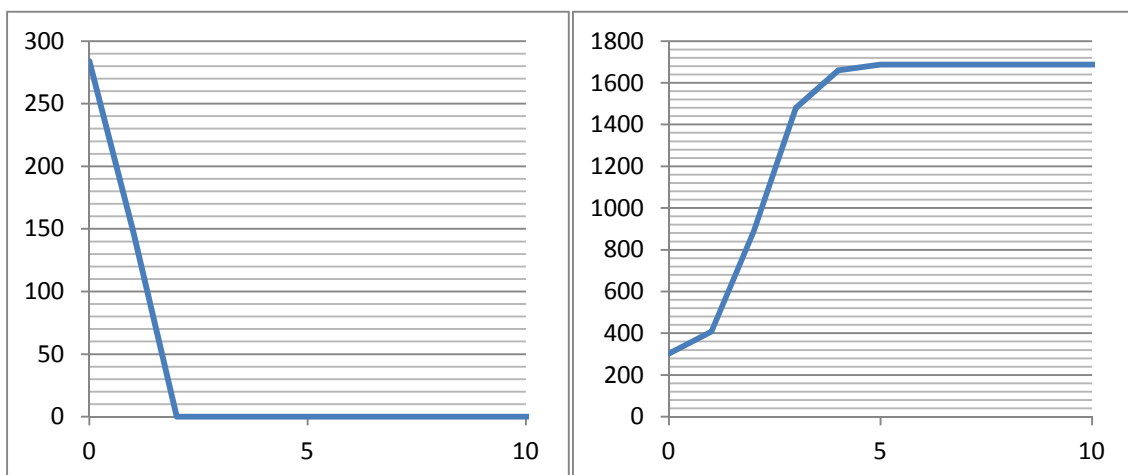


Figura 3.2.2 Simulaciones con el 15% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1660$ y a la derecha $r = 1665$.

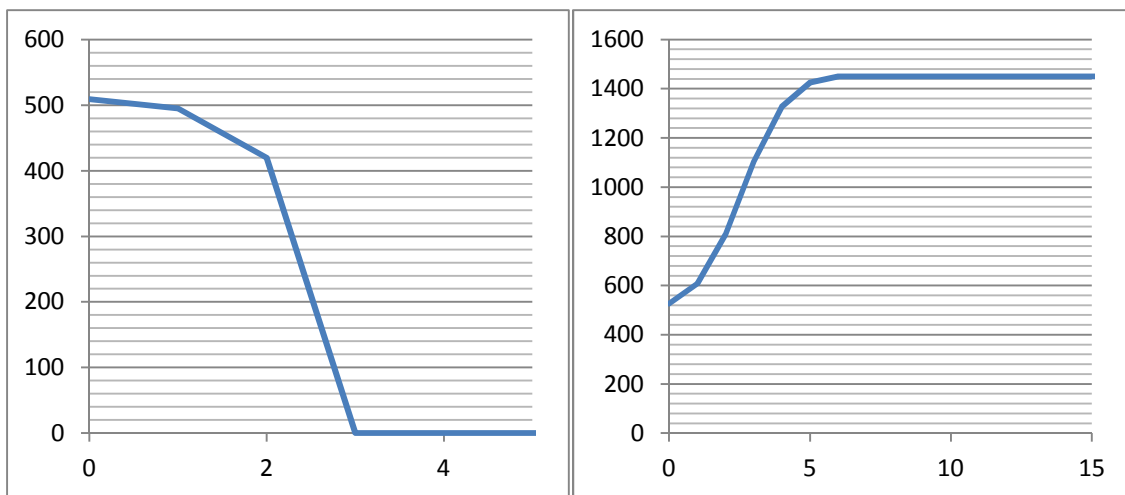


Figura 3.2.3 Simulaciones con el 25% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1445$ y a la derecha $r = 1450$.

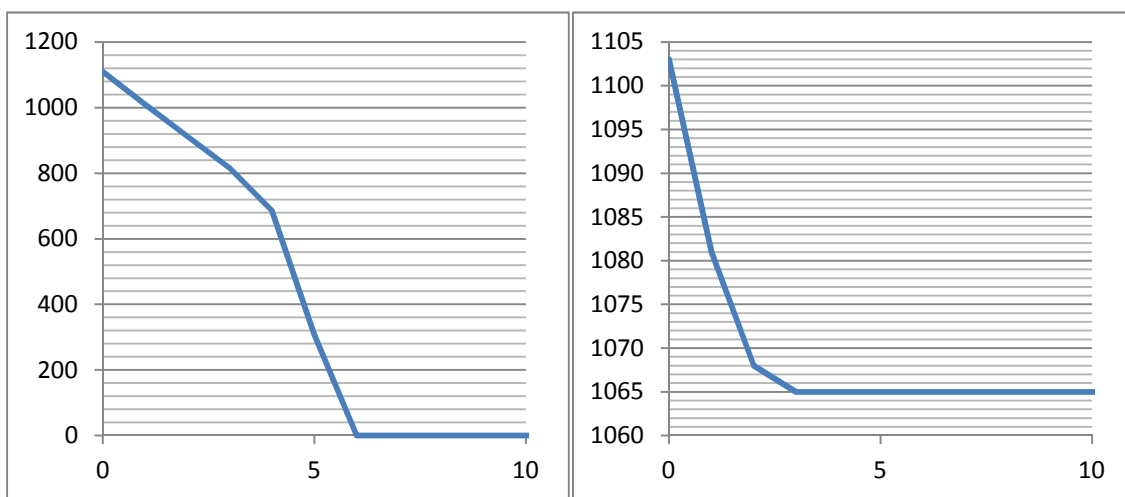


Figura 3.2.4 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 835$ y a la derecha $r = 840$.

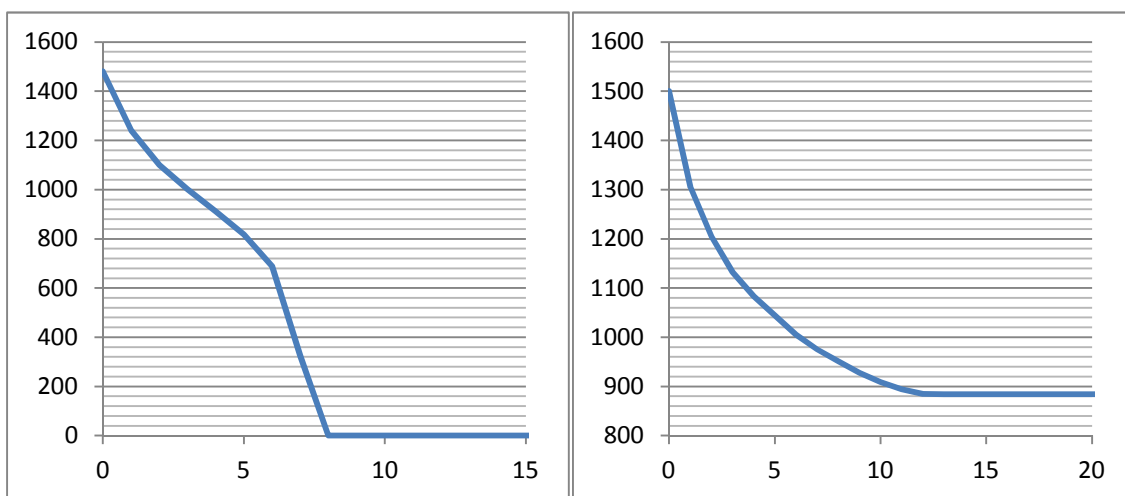


Figura 3.2.5 Simulaciones con el 75% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 760$ y a la derecha $r = 765$.

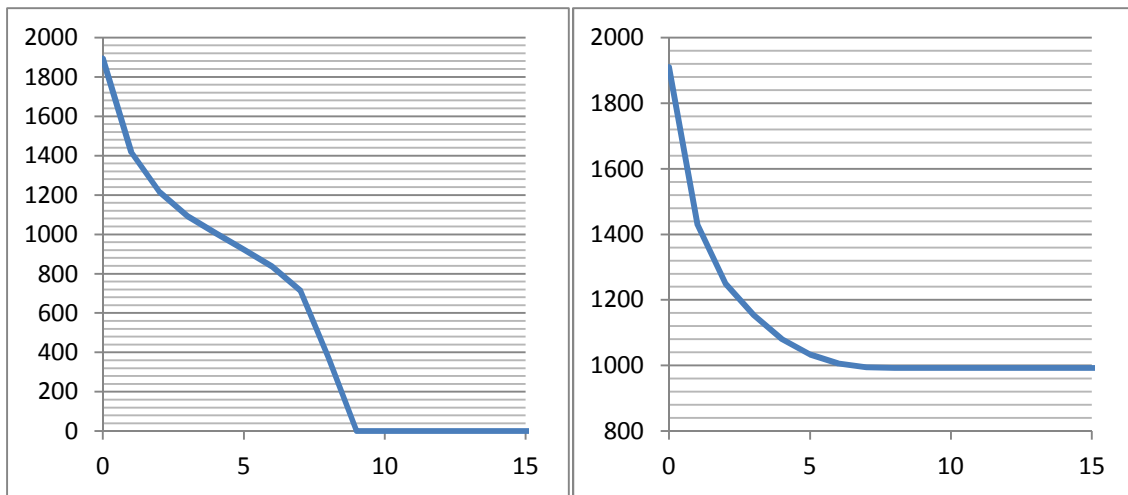


Figura 3.2.6 Simulaciones con el 95% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 750$ y a la derecha $r = 755$.

3.3. Simulaciones con $\alpha=0.25$.

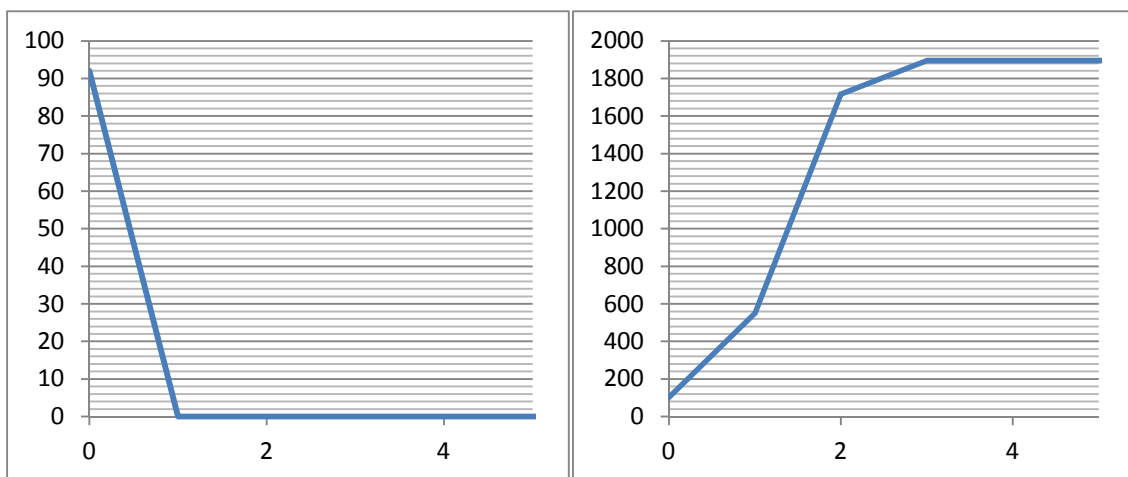


Figura 3.3.1 Simulaciones con el 5% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1940$ y a la derecha $r = 1945$.

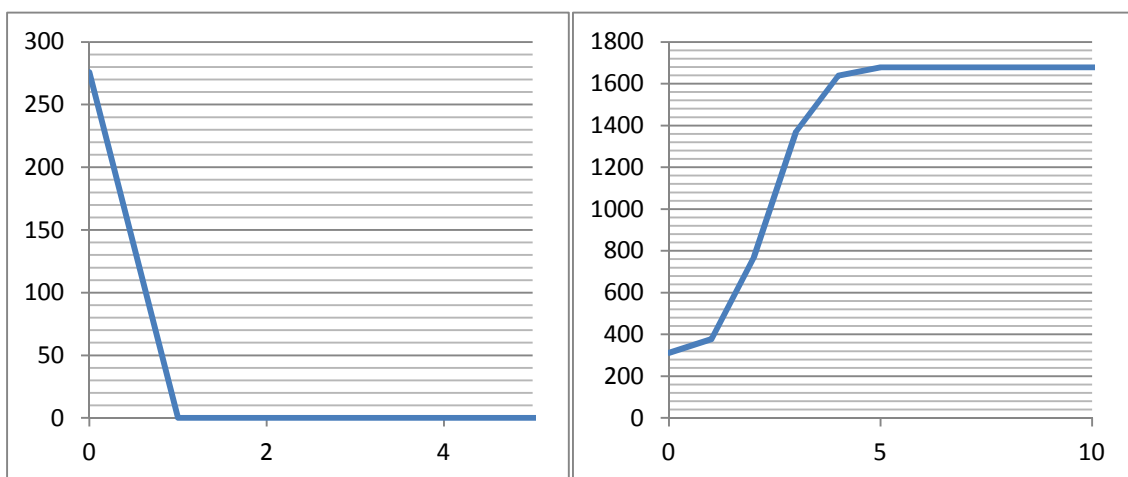


Figura 3.3.2 Simulaciones con el 15% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1930$ y a la derecha $r = 1935$.

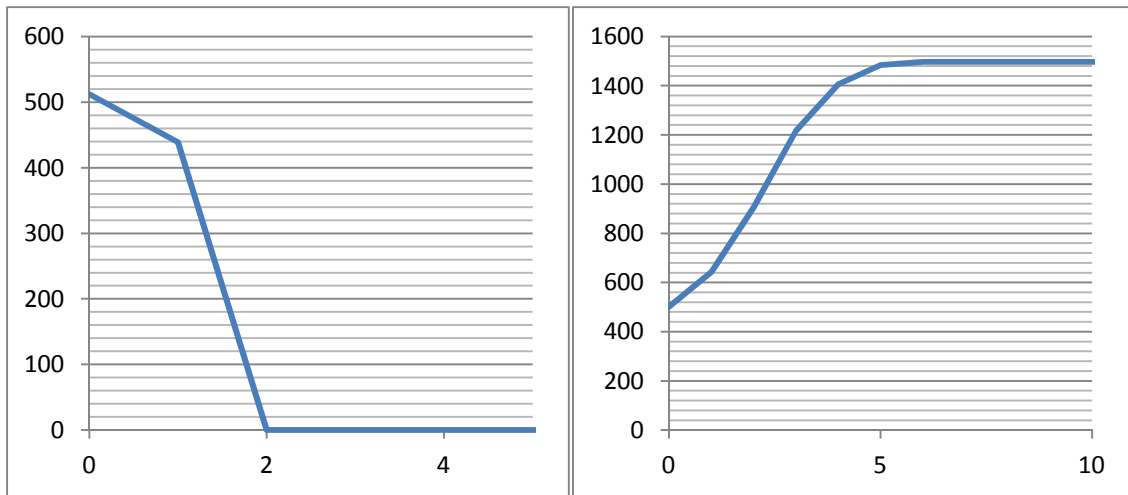


Figura 3.3.3 Simulaciones con el 25% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1730$ y a la derecha $r = 1740$.

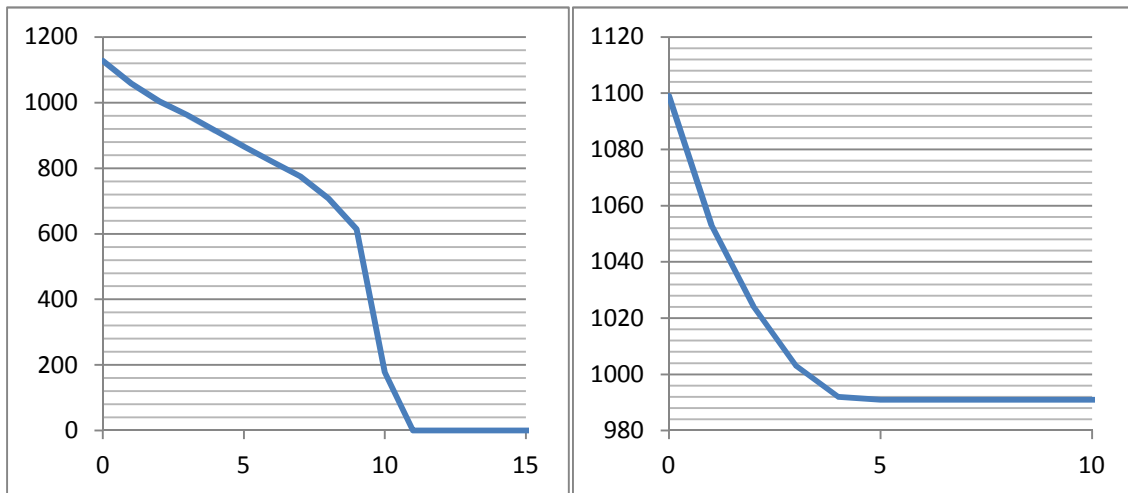


Figura 3.3.4 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1610$ y a la derecha $r = 1615$.

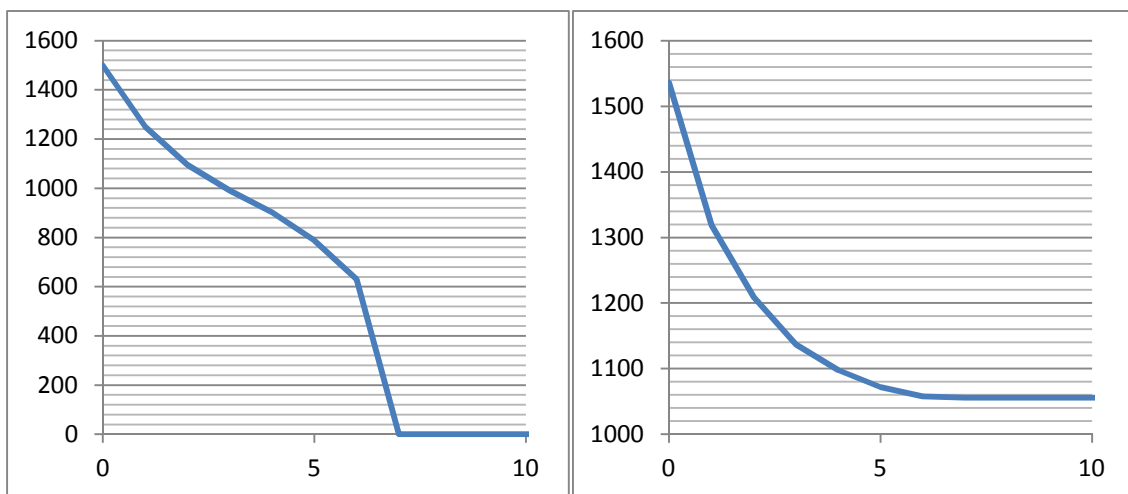


Figura 3.3.5 Simulaciones con el 75% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1590$ y a la derecha $r = 1600$.

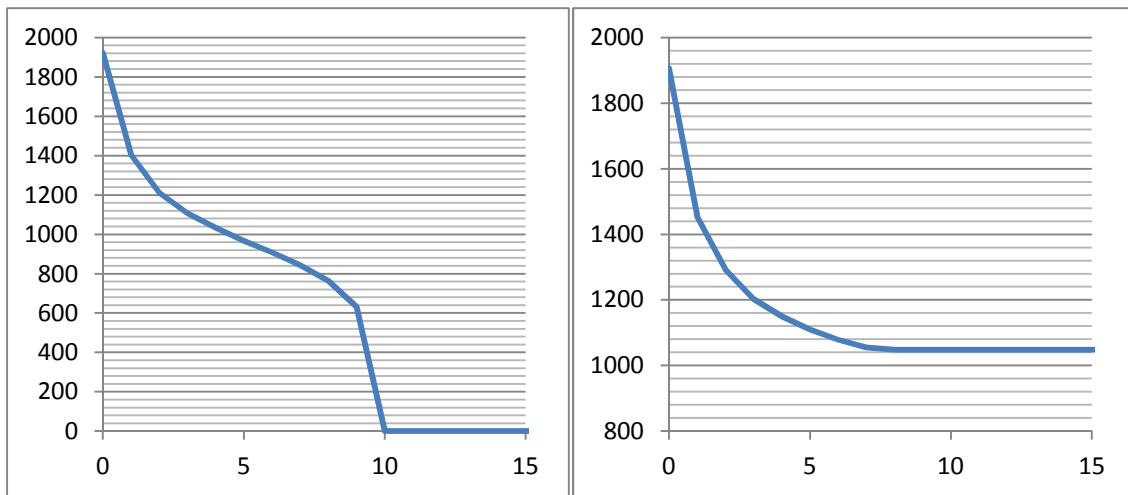


Figura 3.3.6 Simulaciones con el 95% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1585$ y a la derecha $r = 1590$.

3.4. Simulaciones con $\alpha = 0.1$.

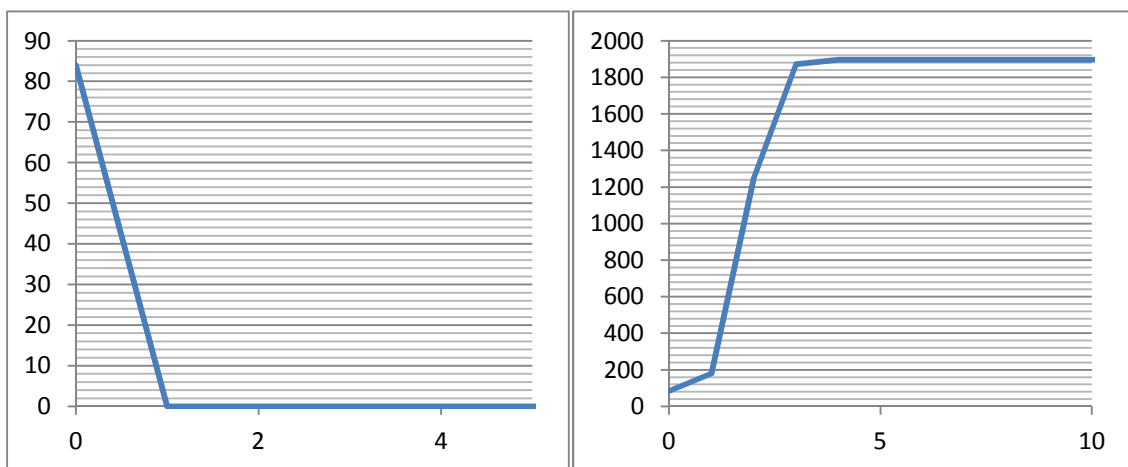


Figura 3.4.1 Simulaciones con el 5% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1975$ y a la derecha $r = 1980$.

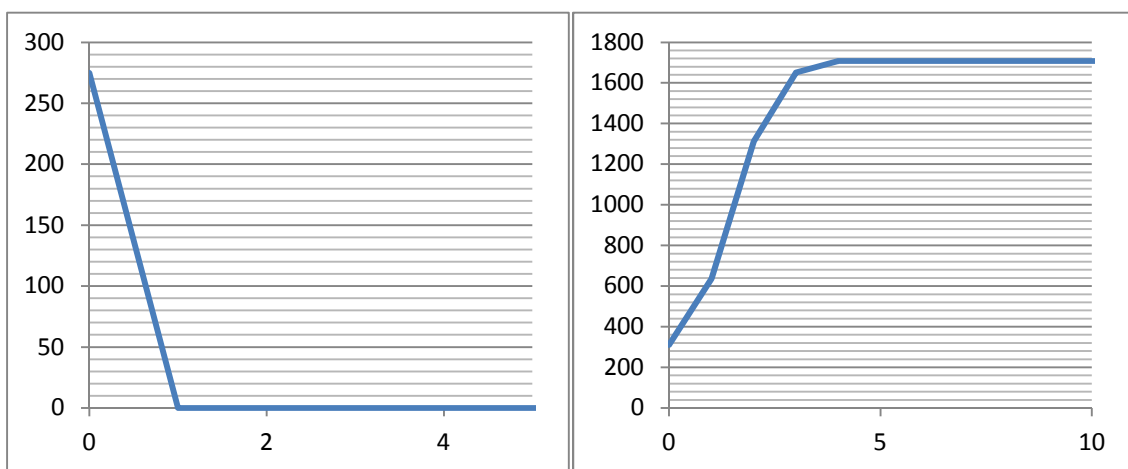


Figura 3.4.2 Simulaciones con el 15% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1930$ y a la derecha $r = 1935$.

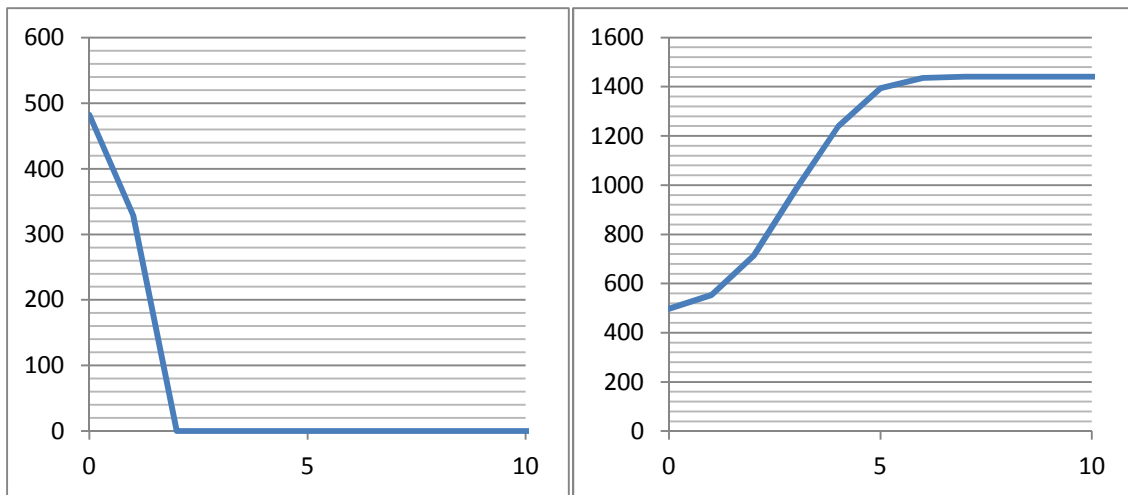


Figura 3.4.3 Simulaciones con el 25% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1890$ y a la derecha $r = 1895$.

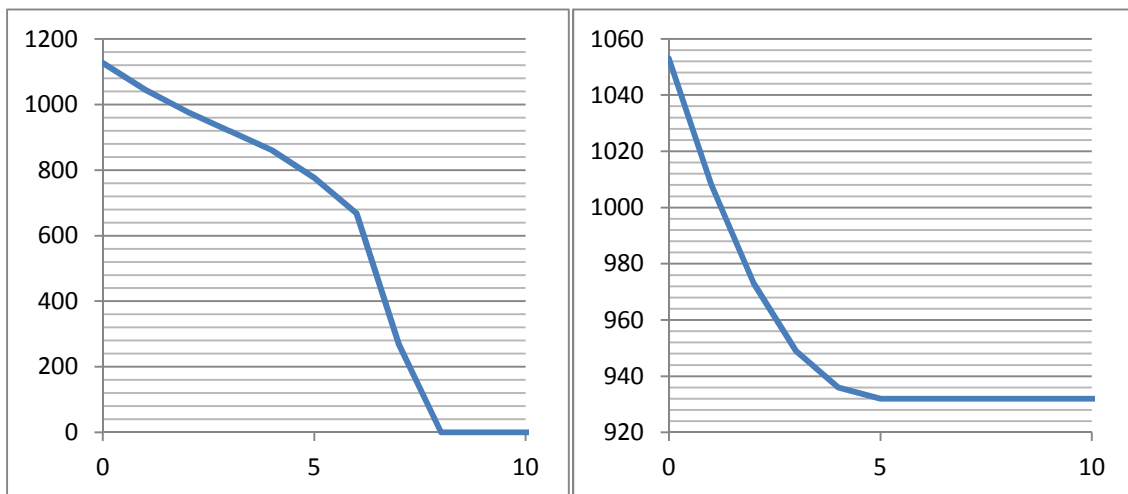


Figura 3.4.4 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1840$ y a la derecha $r = 1845$.

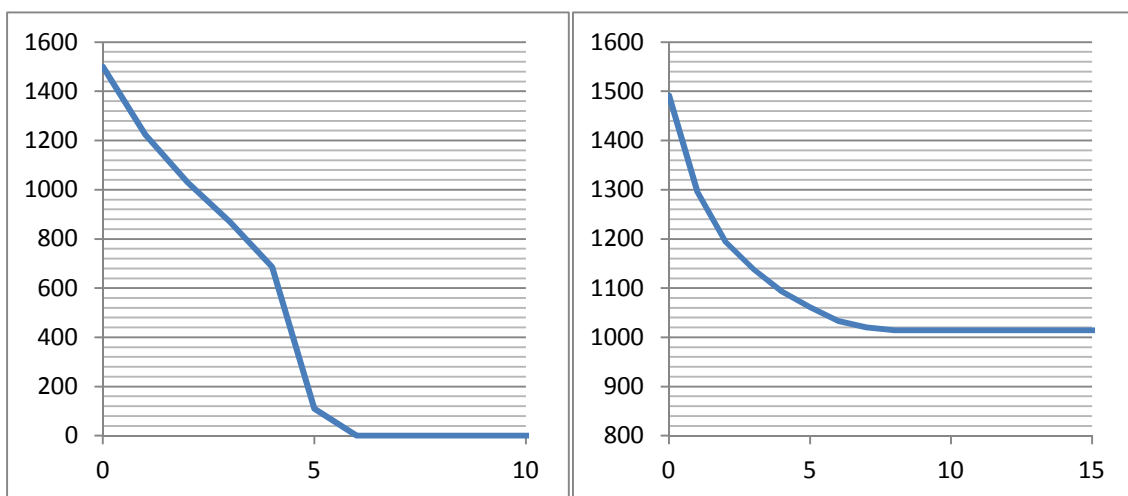


Figura 3.4.5 Simulaciones con el 75% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1830$ y a la derecha $r = 1835$.

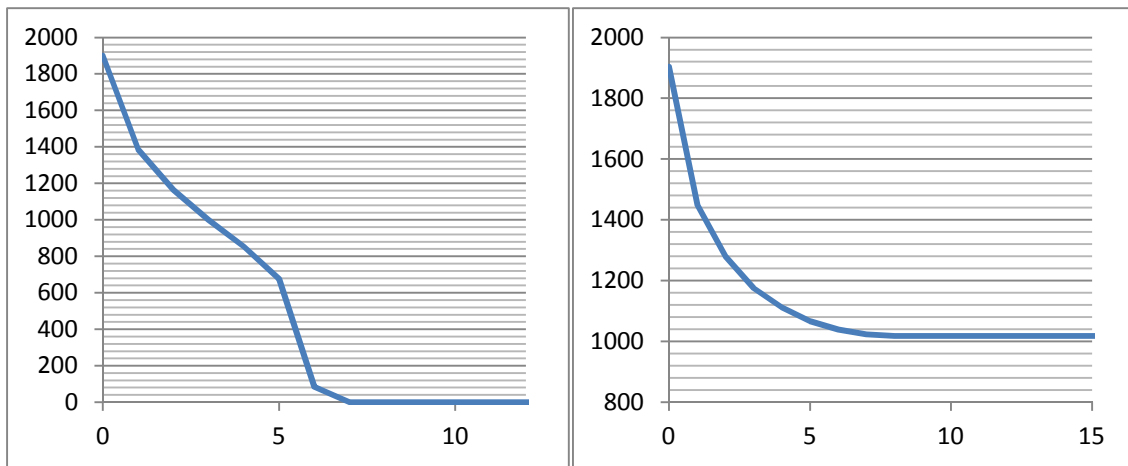


Figura 3.4.6 Simulaciones con el 95% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1830$ y a la derecha $r = 1835$.

Los datos de todos los puntos de cambio de tendencia para estos cinco pesos de norma han sido hallados con un tamaño de muestra $N=2000$, con el intervalo de sensibilidades $[0, 2.5]$ en una distribución en la que había un mayor número de potenciales agentes cooperadores.

% De cooperadores iniciales	Factor de multiplicación en %				
	$\alpha = 1.0$	$\alpha = 0.75$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.25$	$\alpha = 0.1$
0	100.05	100.05	100.05	100.05	100.05
5	87.25	91	94.25	97.25	99
10	76	83	88.5	94	97.75
15	65.5	74	83.25	90.75	96.75
20	55	67.25	77.75	89	95.5
25	44.25	61	72.5	87	94.75
30	37	54.25	69	84.5	93.75
35	30.75	50.5	66	83	93.5
40	27	47.5	64	82	93
45	24.5	45.25	62.25	81.25	92.75
50	22.25	43.5	61.5	81	92.5
55	20.5	42	61	80.75	92.25
60	18.25	41.25	60	80.25	92
65	17.5	38.75	59.75	80.25	92
70	17	38.25	59.75	80	92
75	16.5	38.25	59.25	80	91.75
80	16.5	38	59	79.75	91.75
85	16.25	38	58.75	79.75	91.75
90	16	38	58.75	79.5	91.75
95	16	37.75	58.5	79.5	91.75
100	16	37.75	58.25	79.25	91.5

4. Simulaciones cambiando la distribución de sensibilidades para una aceptación de la norma $\alpha = 1.0$, e intervalo de sensibilidades $[0, 2.5]$.

En este apartado mostraremos los puntos de cambio de tendencia utilizados en el punto 4.3, donde se compararon tres distribuciones de sensibilidad en las que dominaba un determinado tipo de agentes en cada una (cooperadores, indecisos y defectores) en una población de $N=2000$ agentes, con modo de actualización síncrono.

4.1. Simulaciones con mayor densidad de agentes indecisos.

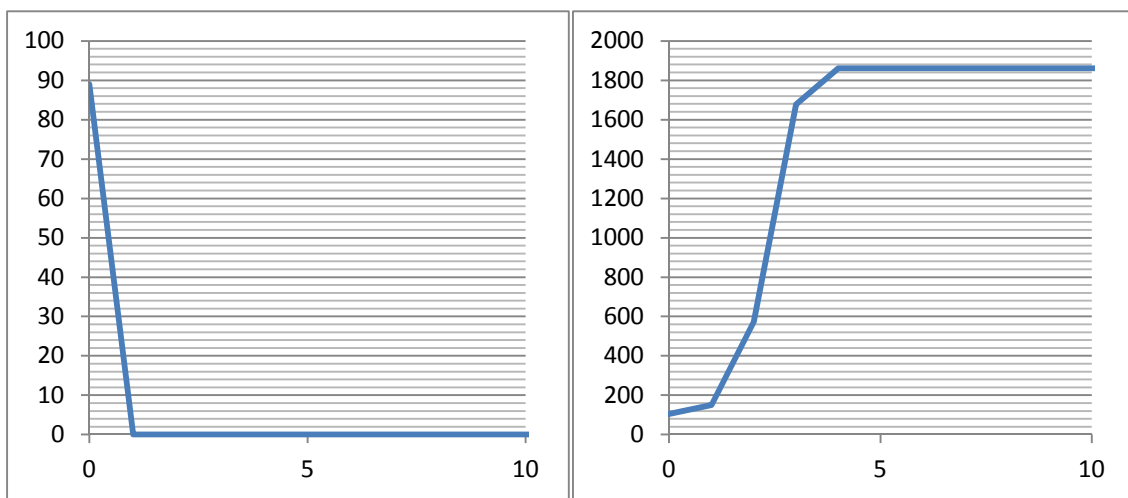


Figura 4.1.1 Simulaciones con el 5% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1750$ y a la derecha $r = 1760$.

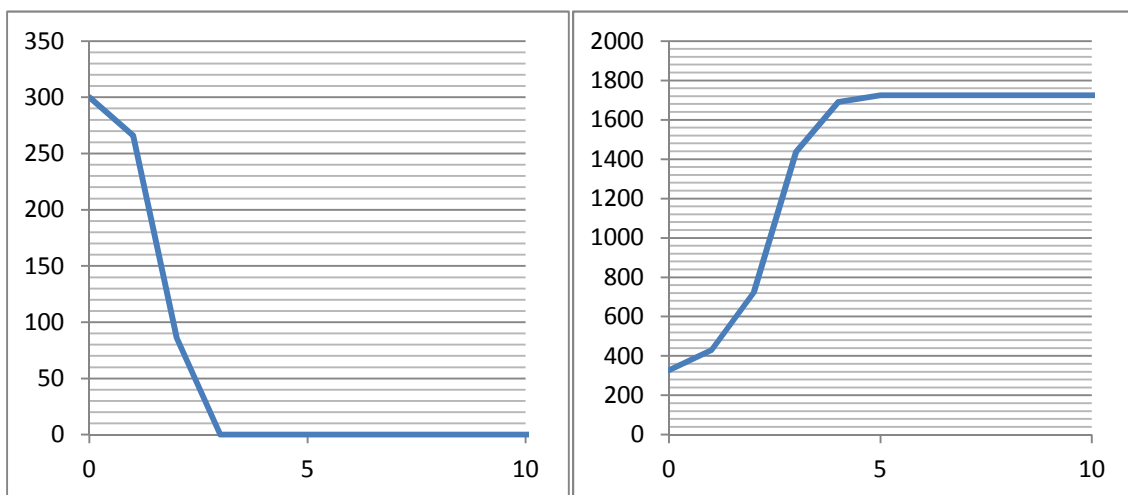


Figura 4.1.2 Simulaciones con el 15% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1370$ y a la derecha $r = 1380$.

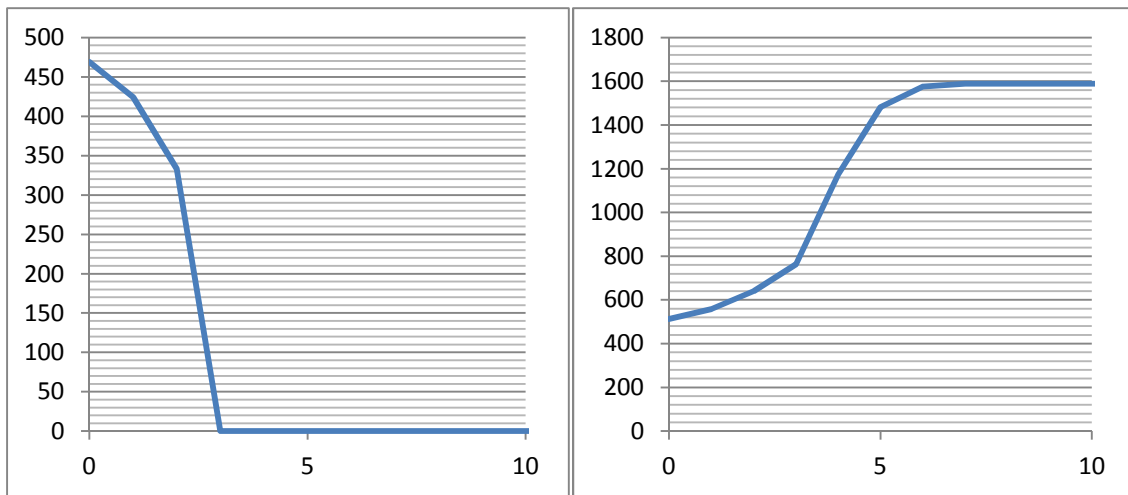


Figura 4.1.3 Simulaciones con el 25% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1130$ y a la derecha $r = 1140$.

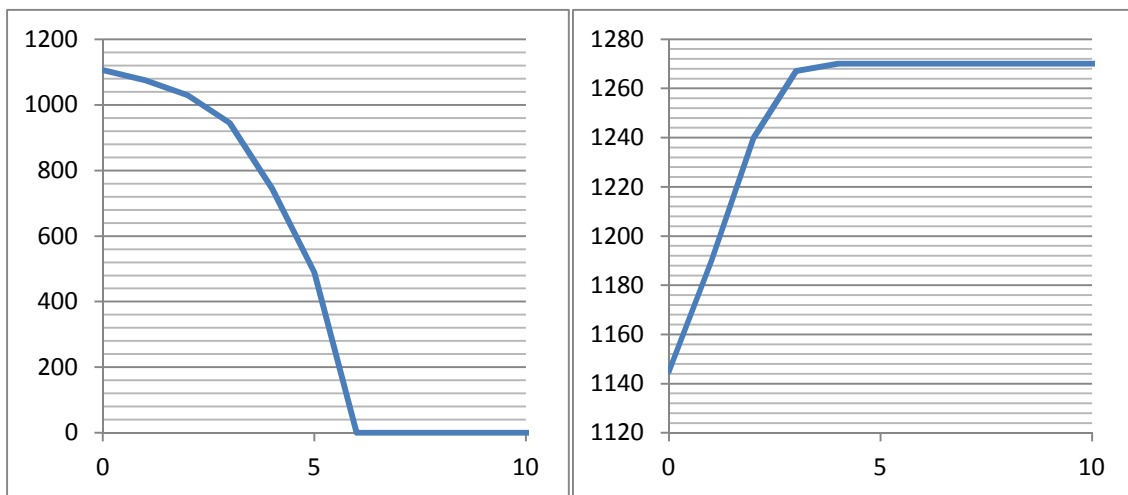


Figura 4.1.4 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 660$ y a la derecha $r = 670$.

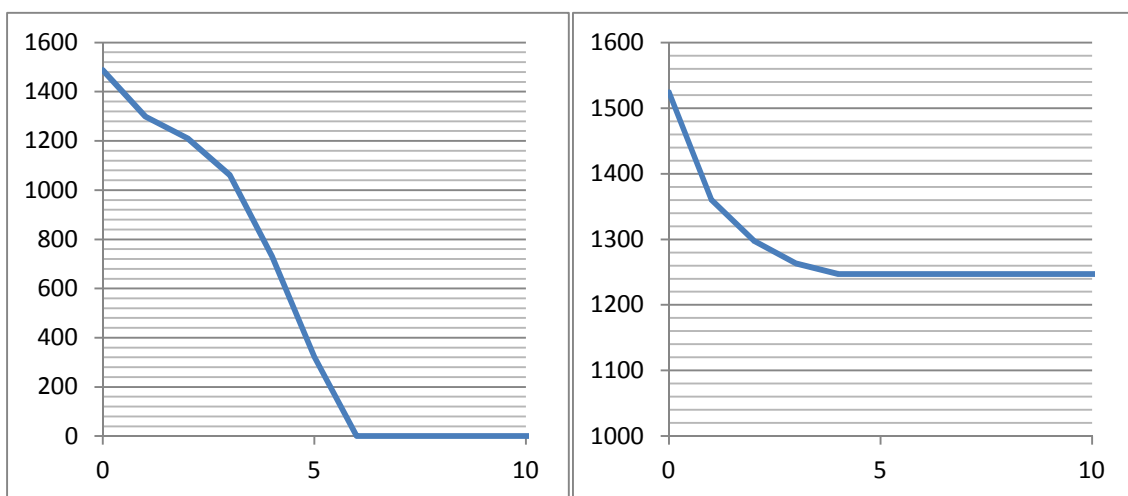


Figura 4.1.5 Simulaciones con el 75% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 500$ y a la derecha $r = 510$.

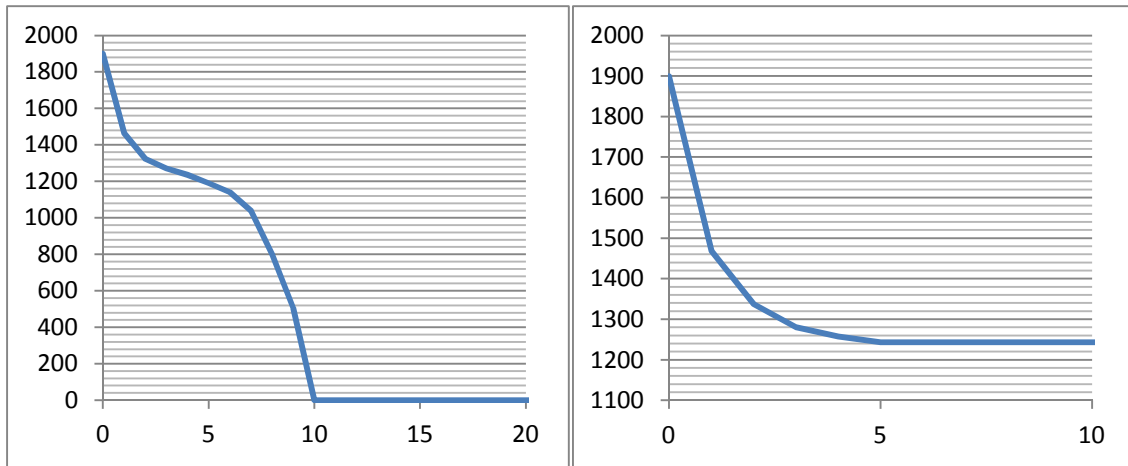


Figura 4.1.6 Simulaciones con el 95% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 480$ y a la derecha $r = 490$.

4.2. Simulaciones con mayor densidad de agentes defectores potenciales.

Anteriormente hemos visto que para estos dos tipos de distribución los mapas r - n_c coincidían hasta el 45% de cooperadores iniciales, por ello mostraremos otros puntos de cambio de tendencia para esta distribución.

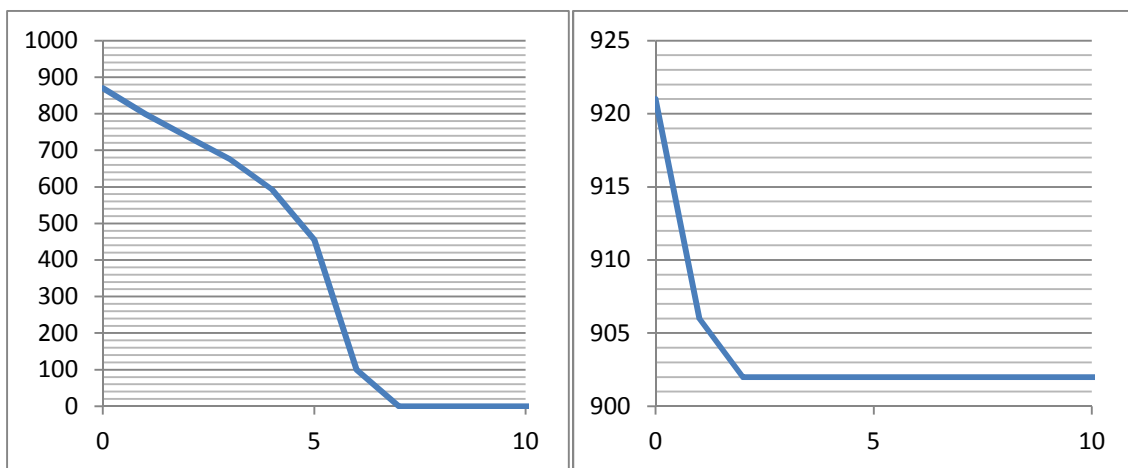


Figura 4.2.1 Simulaciones con el 45% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 900$ y a la derecha $r = 910$.

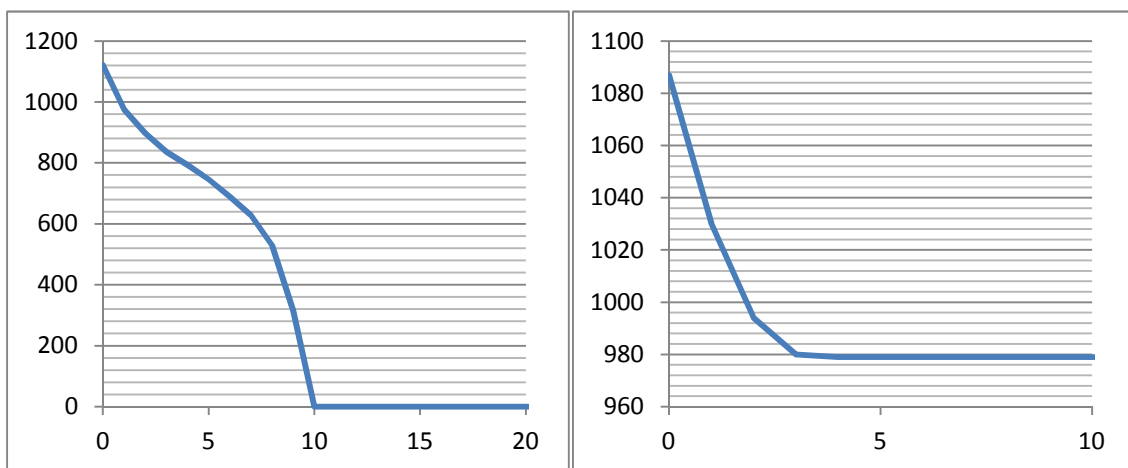


Figura 4.2.2 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 880$ y a la derecha $r = 890$.

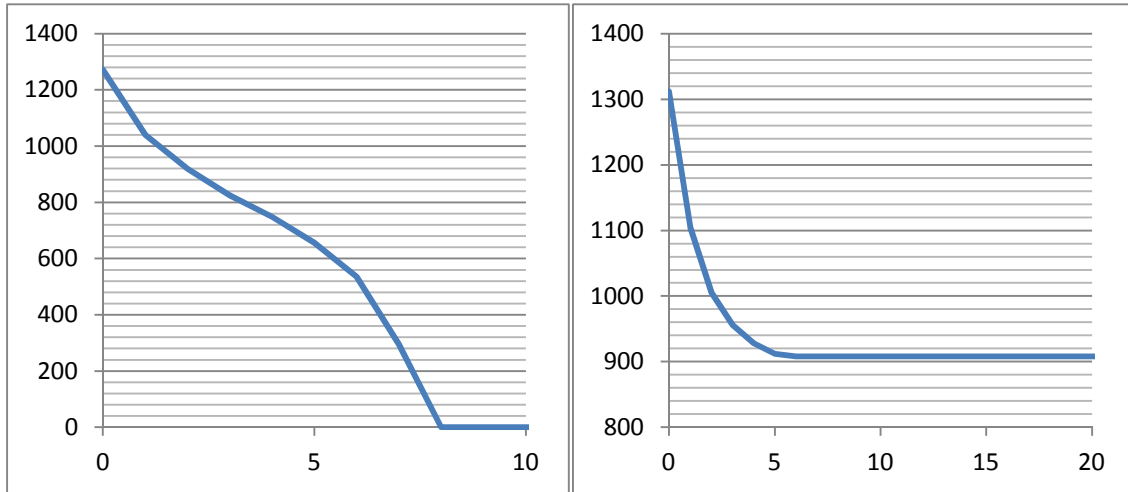


Figura 4.2.3 Simulaciones con el 65% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 870$ y a la derecha $r = 875$.

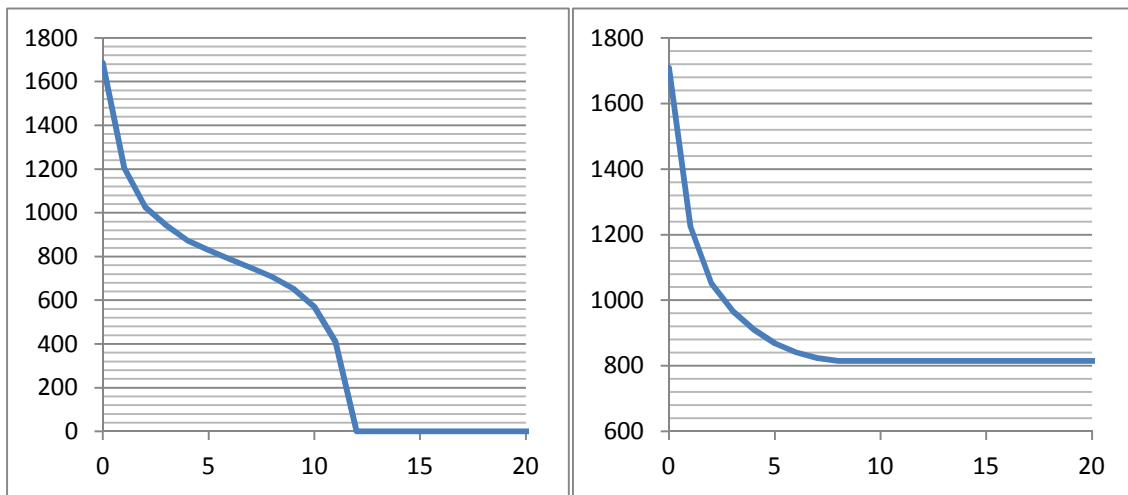


Figura 4.2.4 Simulaciones con el 85% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 850$ y a la derecha $r = 860$.

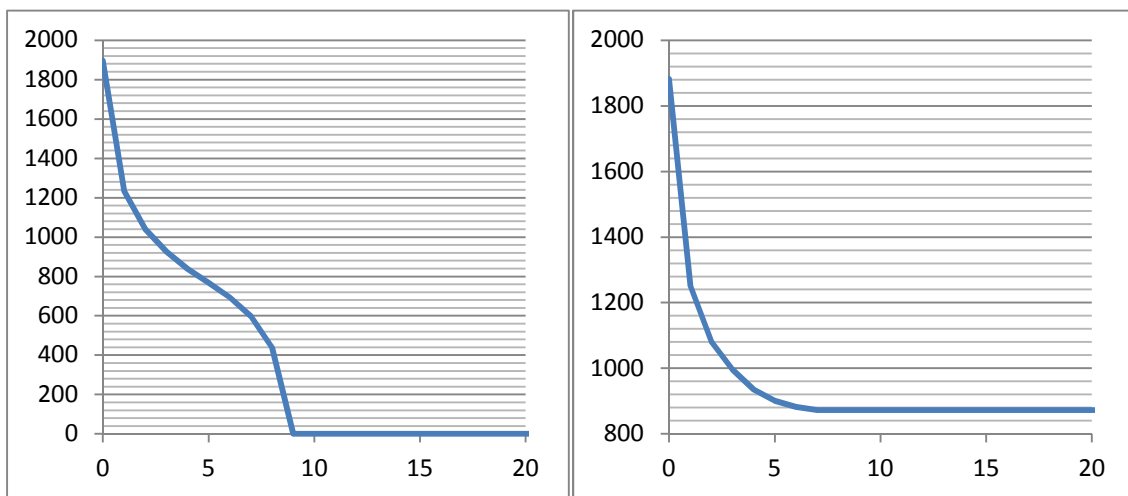


Figura 4.2.5 Simulaciones con el 95% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 830$ y a la derecha $r = 840$.

Para $\alpha=1.0$, los puntos de cambio de tendencia de las tres distribuciones son los aportados en la siguiente tabla:

% De cooperadores iniciales	Factor de multiplicación en %		
	$\theta_m \approx 1.09$	$\theta_m \approx 1.25$	$\theta_m \approx 1.44$
0	100.05	100.05	100.05
5	88.25	88	87.5
10	77.5	76	76
15	70.5	69	66.25
20	61	61.5	55
25	57	56.5	44.5
30	52.75	53.25	36.75
35	49.5	50	30.75
40	46.5	45.75	27
45	45.5	41.5	24.75
50	45	37	22
55	44.5	33	20
60	43.5	30.5	18.25
65	43.75	28.5	17.5
70	43.75	27.25	17
75	43.75	25.5	16.5
80	43.5	25.25	16.25
85	43	25	16.25
90	42.5	25	16
95	42	24.5	16
100	42	24.5	15.75

Tal y como dijimos en el punto 4.4, podemos comprobar que hasta que no superamos un 15% de cooperadores iniciales las tres distribuciones están muy igualadas, punto en el que la distribución con dominio de cooperadores potenciales se separa, coincidiendo las otras dos hasta que alcanzan el punto del 40% de cooperadores iniciales.

5. Simulaciones cambiando la distribución de sensibilidades para una aceptación de la norma $\alpha = 0.5$.

5.1. Simulaciones con mayor densidad de agentes indecisos.

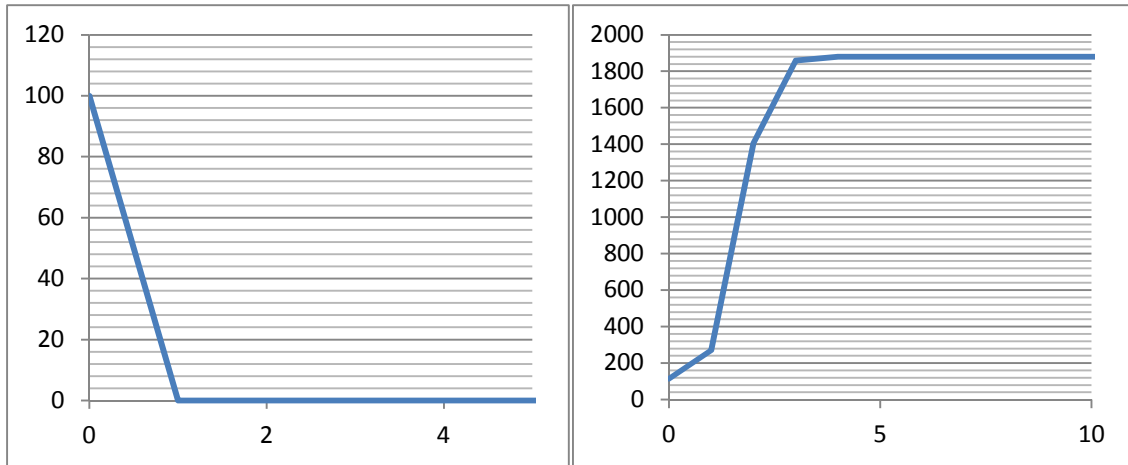


Figura 5.1.1 Simulaciones con el 5% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1870$ y a la derecha $r = 1880$

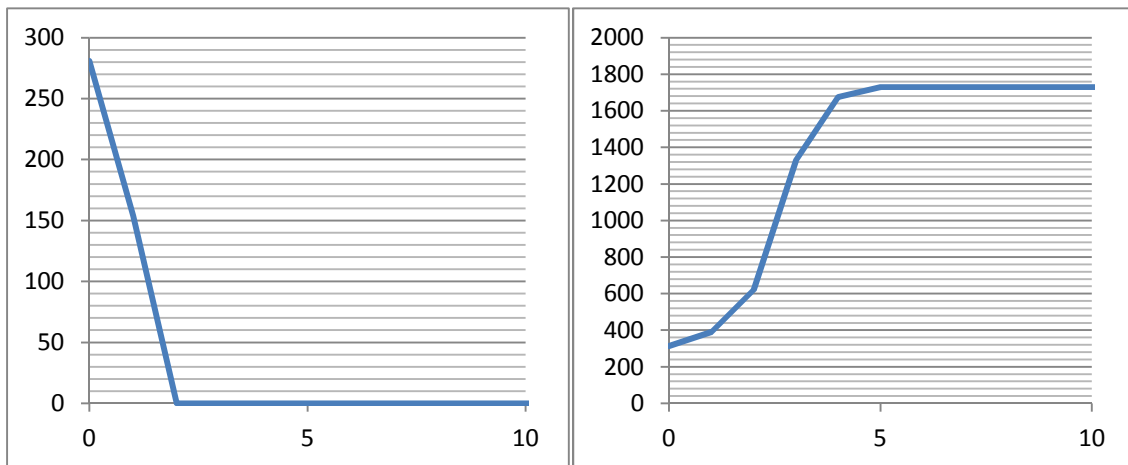


Figura 5.1.2 Simulaciones con el 15% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1690$ y a la derecha $r = 1700$.

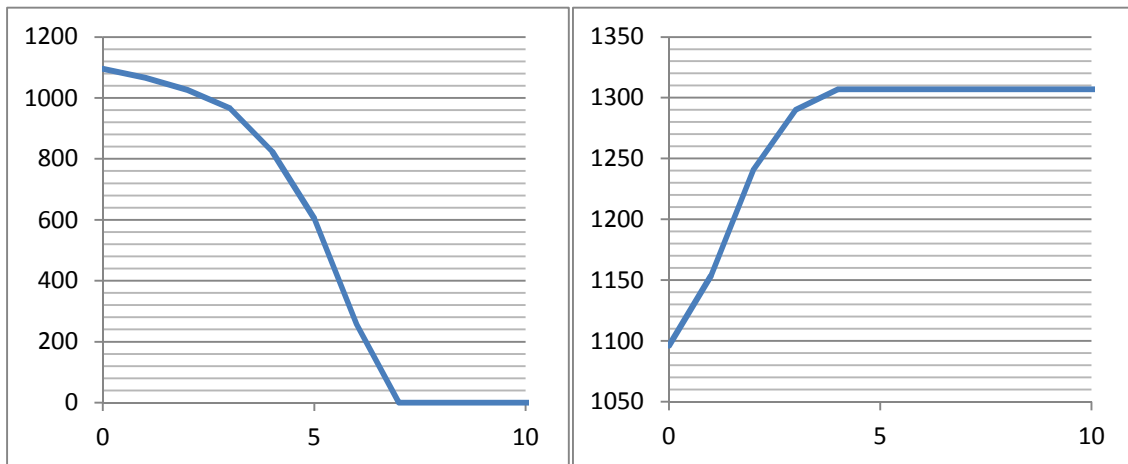


Figura 5.1.3 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1340$ y a la derecha $r = 1350$.

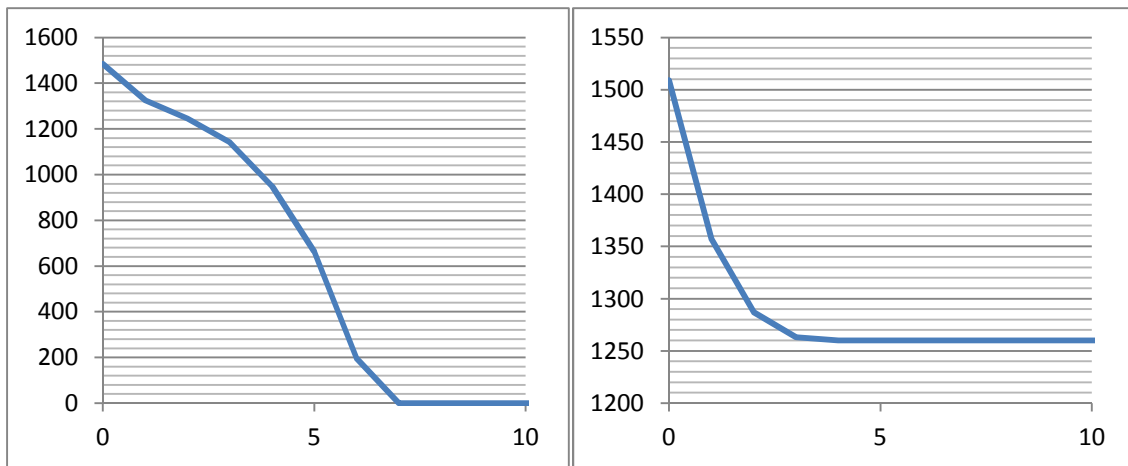


Figura 5.1.4 Simulaciones con el 35% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 500$ y a la derecha $r = 510$.

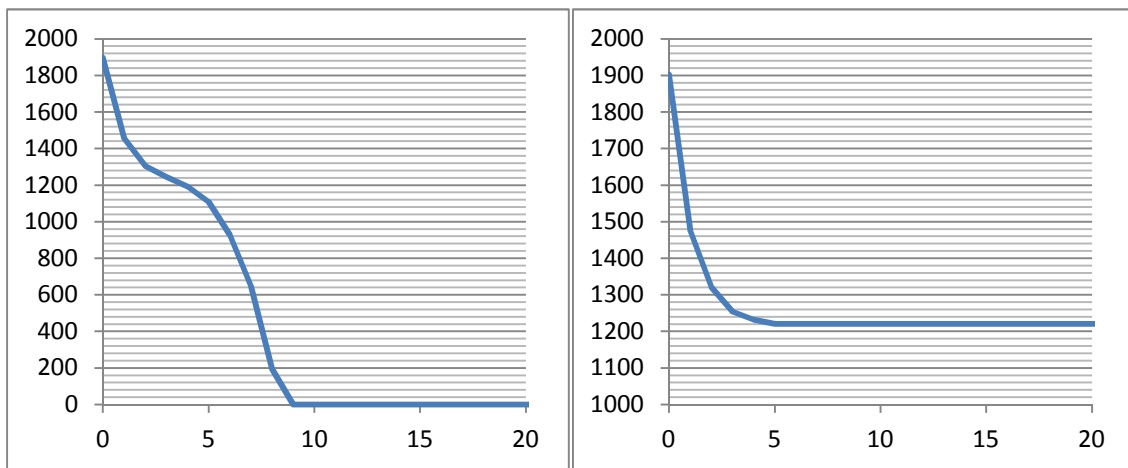


Figura 5.1.5 Simulaciones con el 95% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 480$ y a la derecha $r = 490$.

5.2. Simulaciones con mayor densidad de agentes defectores potenciales.

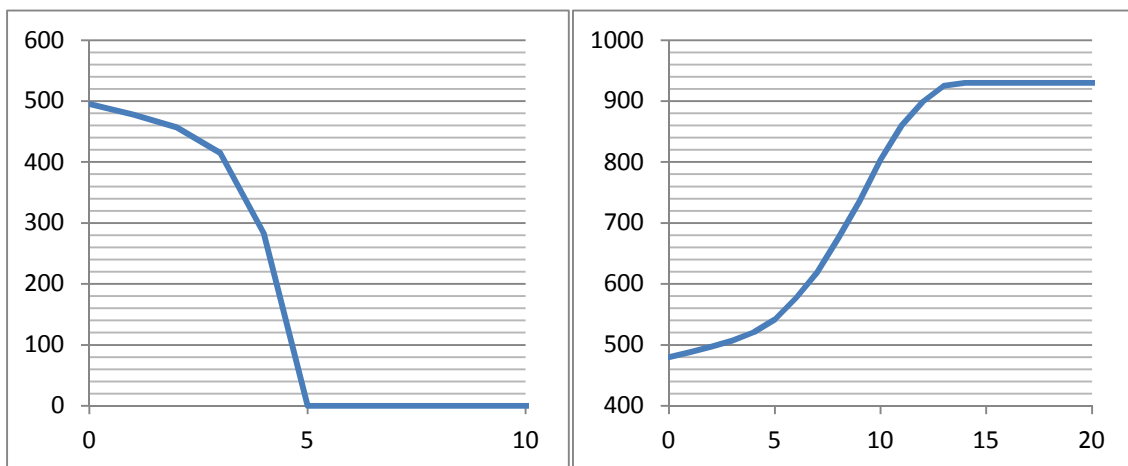


Figura 5.2.1 Simulaciones con el 25% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1550$ y a la derecha $r = 1560$.

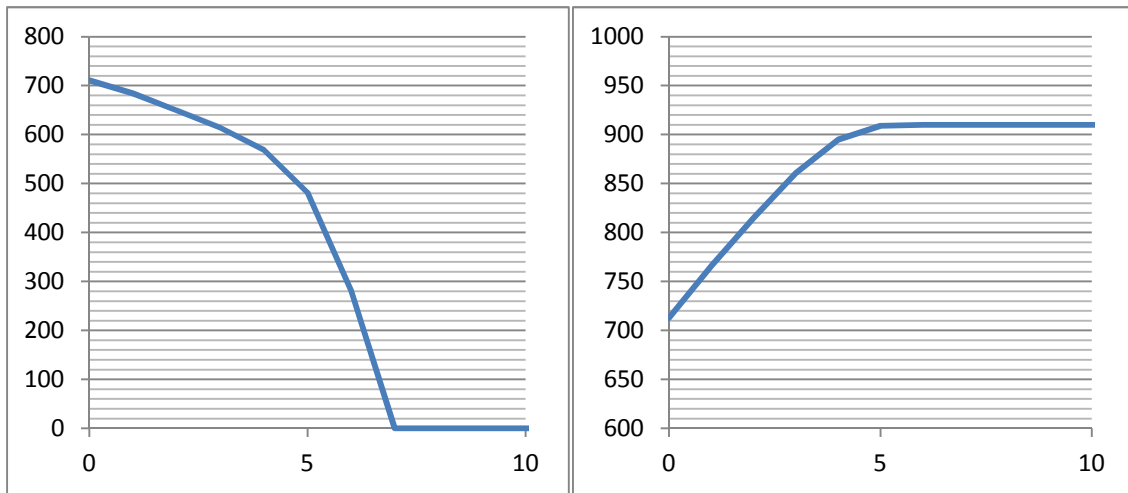


Figura 5.2.2 Simulaciones con el 35% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1490$ y a la derecha $r = 1500$.

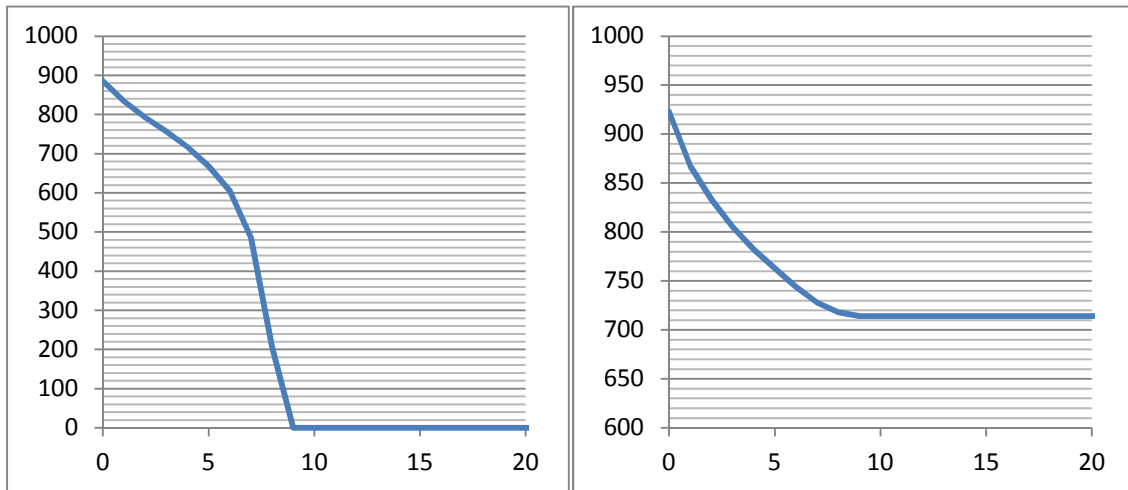


Figura 5.2.3 Simulaciones con el 45% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1440$ y a la derecha $r = 1450$.

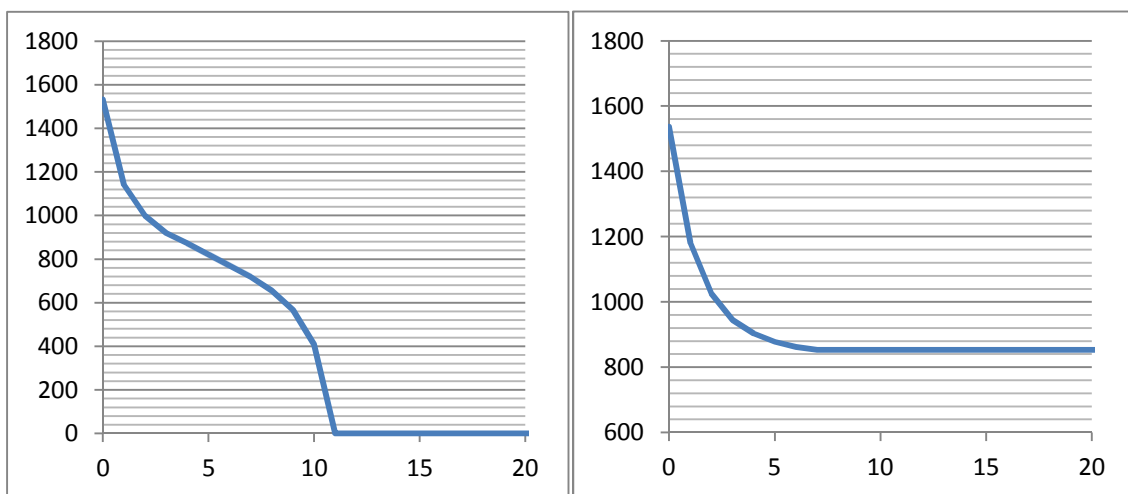


Figura 5.2.4 Simulaciones con el 75% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1420$ y a la derecha $r = 1430$.

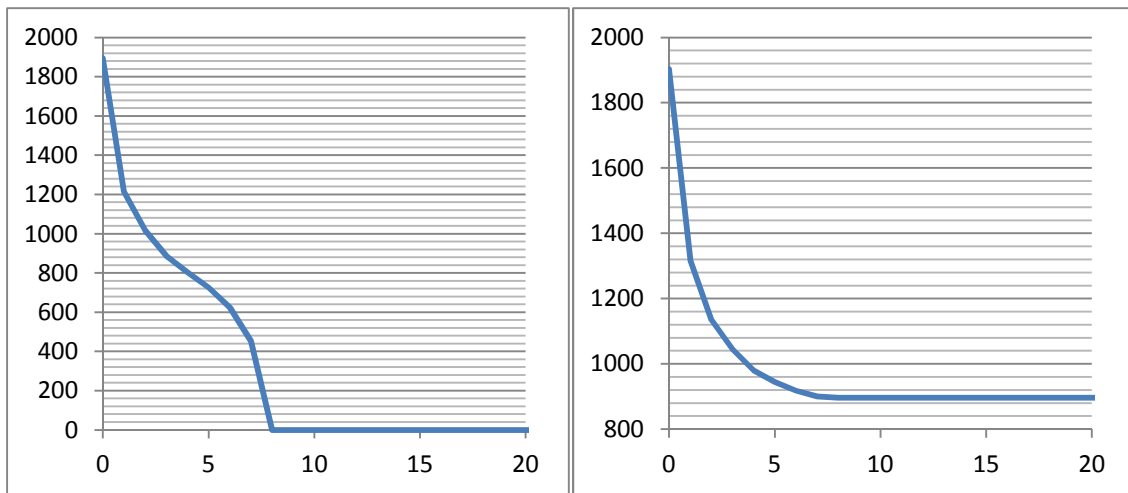


Figura 5.2.5 Simulaciones con el 95% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1400$ y a la derecha $r = 1410$.

% De cooperadores iniciales	Factor de multiplicación en %		
	$\theta_m \approx 1.09$	$\theta_m \approx 1.25$	$\theta_m \approx 1.44$
0	100.05	100.05	100.05
5	93	94	94.25
10	88	88.5	88.5
15	84.75	85	83.25
20	81	81.5	77.75
25	78	78.5	72.5
30	76.25	76.5	69
35	75	75	66
40	73.5	73.5	64
45	72.5	71.5	62.25
50	72.5	70	61.5
55	72.25	67.5	61
60	72.25	65	60
65	72	64.5	59.75
70	72	63.5	59.75
75	71.5	63.5	59.25
80	71	63	59
85	71	63	58.75
90	70.75	63	58.75
95	70.5	63	58.5
100	70.5	63	58.25

6. Simulaciones cambiando el intervalo de distribución de sensibilidades para una aceptación de la norma $\alpha = 1.0$, y con actualización síncrona.

En este apartado nos disponemos a realizar algunas de las simulaciones con las que hemos hallado los mapas $r-n_c$ para comparar los resultados de distintos intervalos de sensibilidad, todos ellos con dominio de agentes indecisos y con actualización síncrona.

6.1. Simulaciones con el intervalo de sensibilidades $[0, 1.5]$.

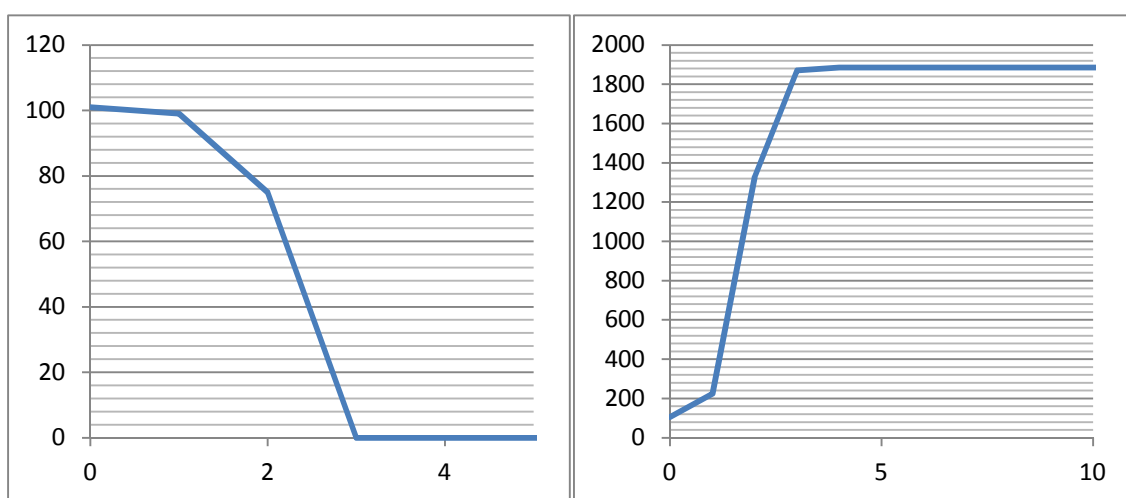


Figura 6.1.1 Simulaciones con el 5% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1860$ y a la derecha $r = 1870$.

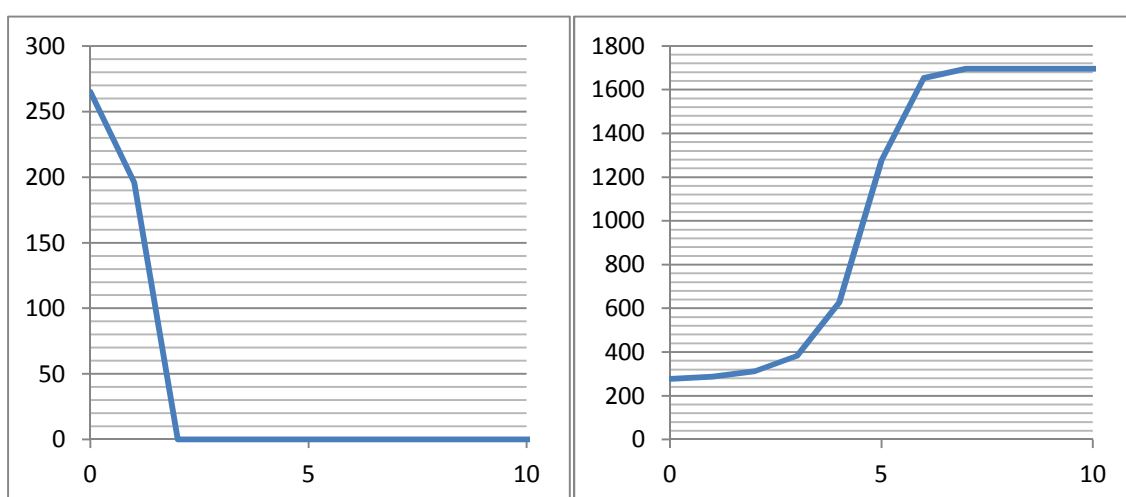


Figura 6.1.2 Simulaciones con el 15% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1650$ y a la derecha $r = 1660$.

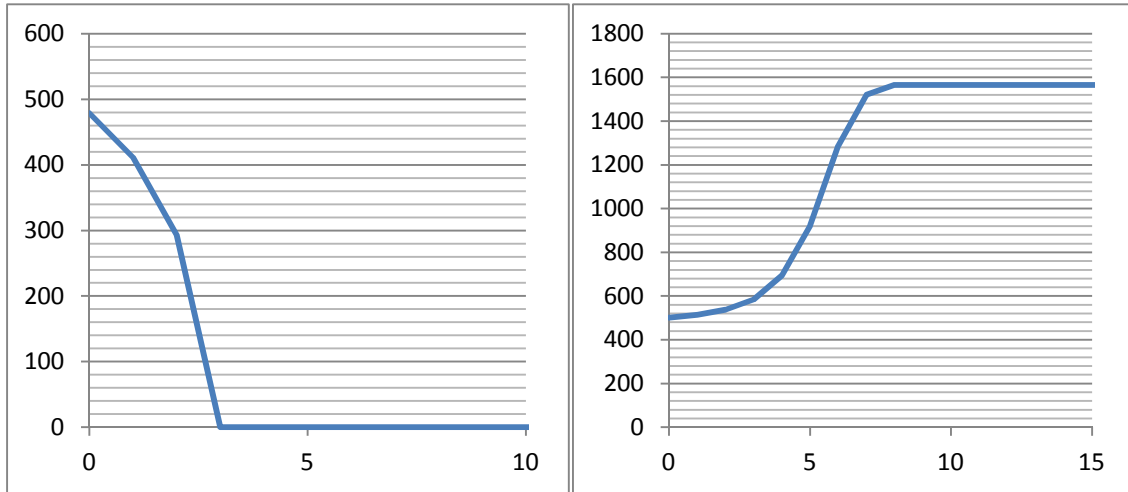


Figura 6.1.3 Simulaciones con el 25% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1490$ y a la derecha $r = 1500$.

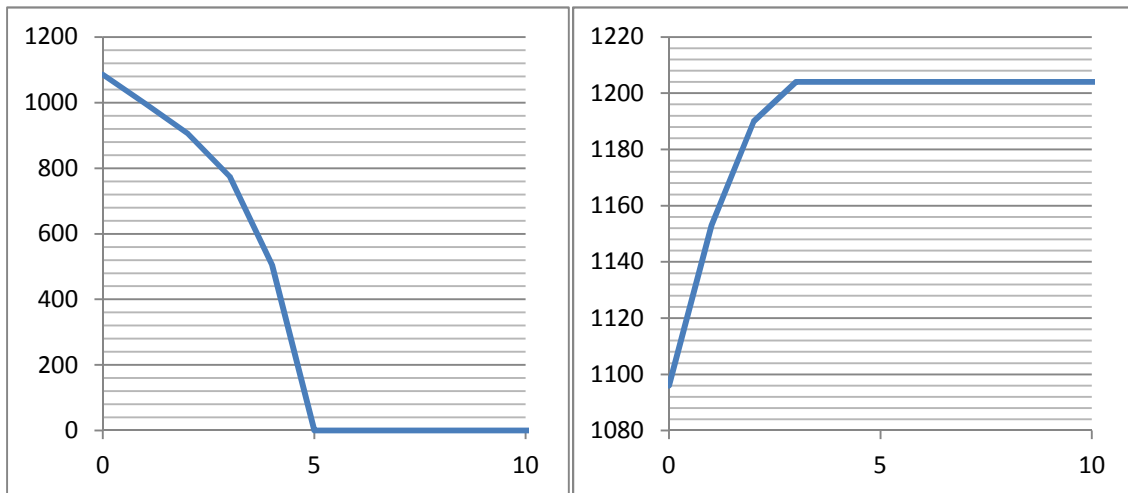


Figura 6.1.4 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1200$ y a la derecha $r = 1210$.

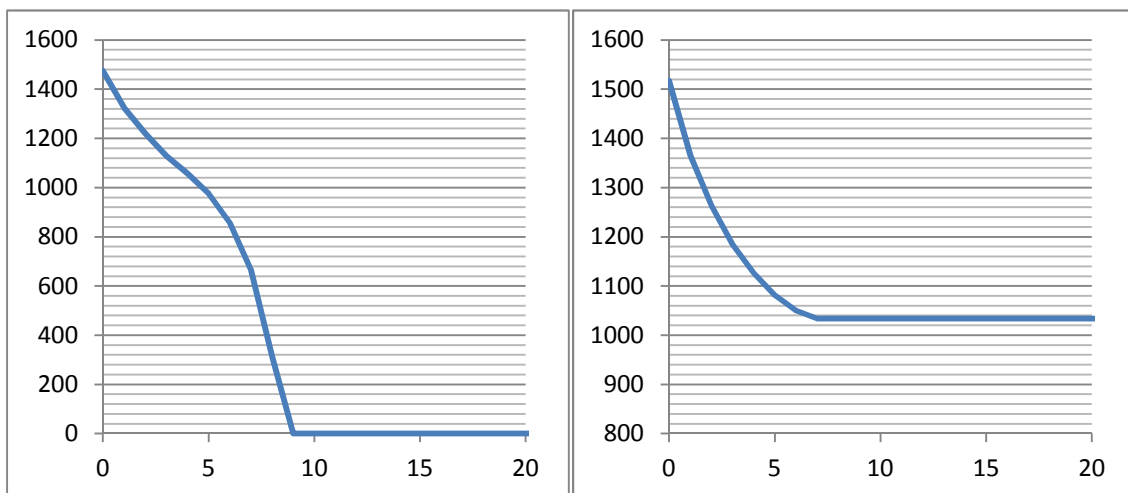


Figura 6.1.5 Simulaciones con el 75% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1130$ y a la derecha $r = 1135$.

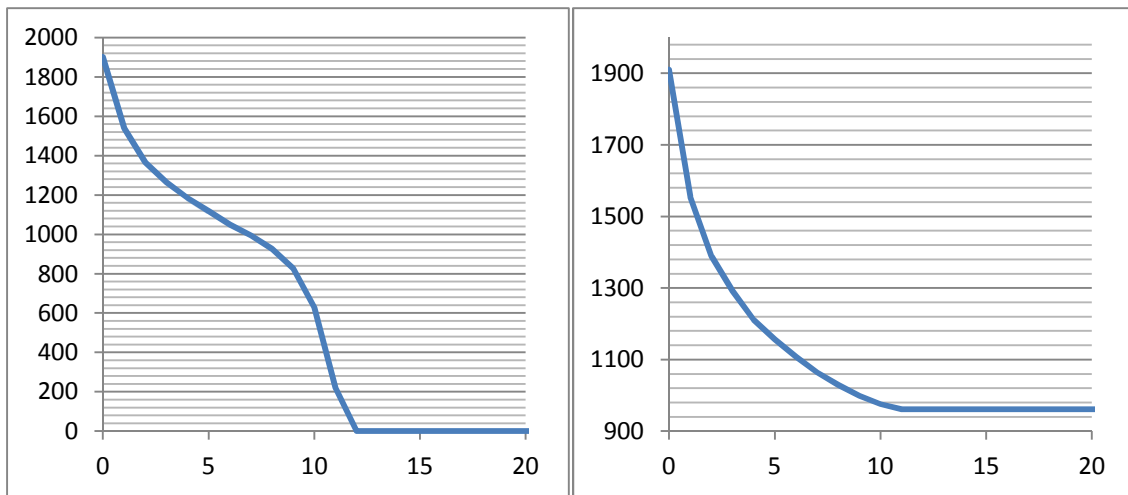


Figura 6.1.6 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1110$ y a la derecha $r = 1115$.

6.2. Simulaciones con el intervalo de sensibilidades $[0, 3.5]$.

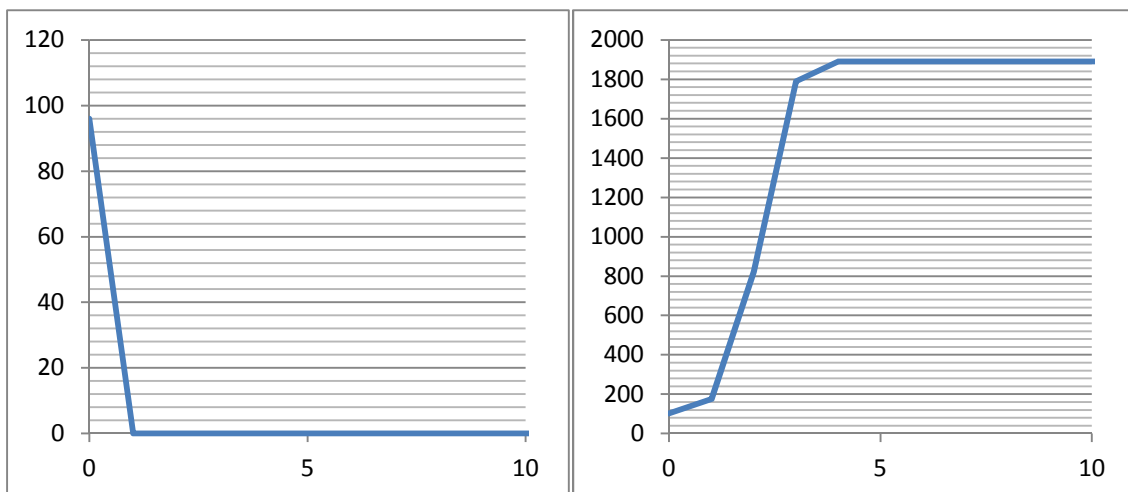


Figura 6.2.1 Simulaciones con el 5% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1650$ y a la derecha $r = 1670$.

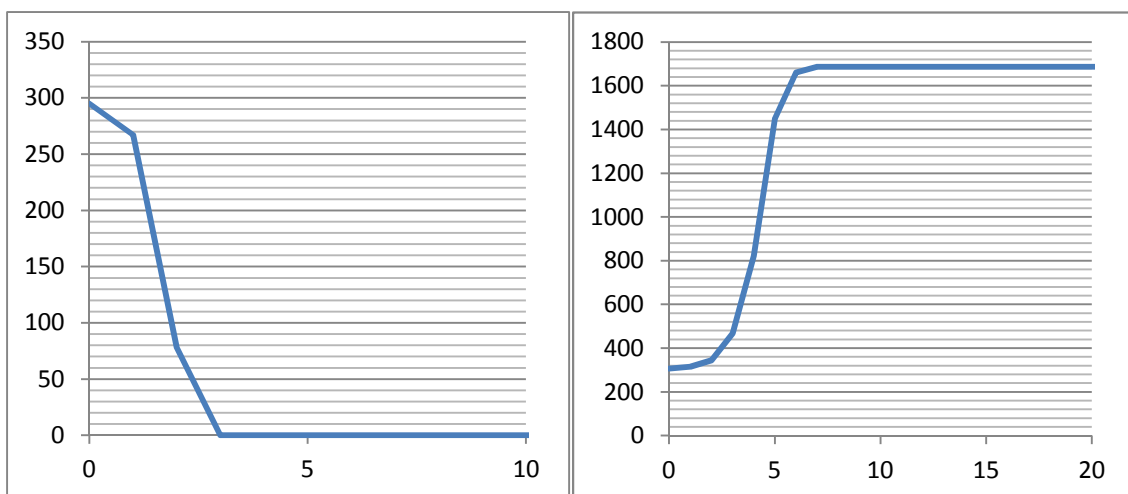


Figura 6.2.2 Simulaciones con el 15% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1110$ y a la derecha $r = 1120$.

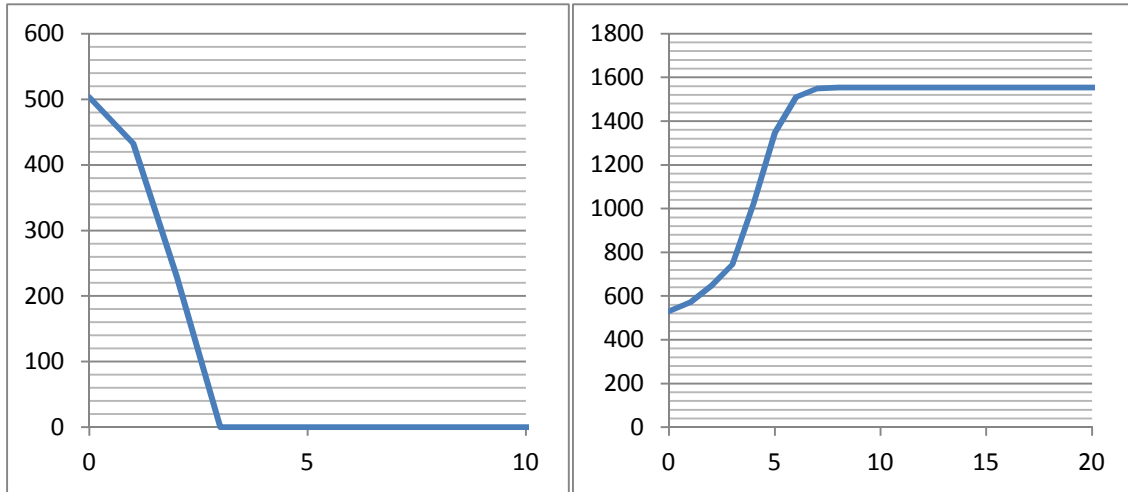


Figura 6.2.3 Simulaciones con el 25% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 740$ y a la derecha $r = 760$.

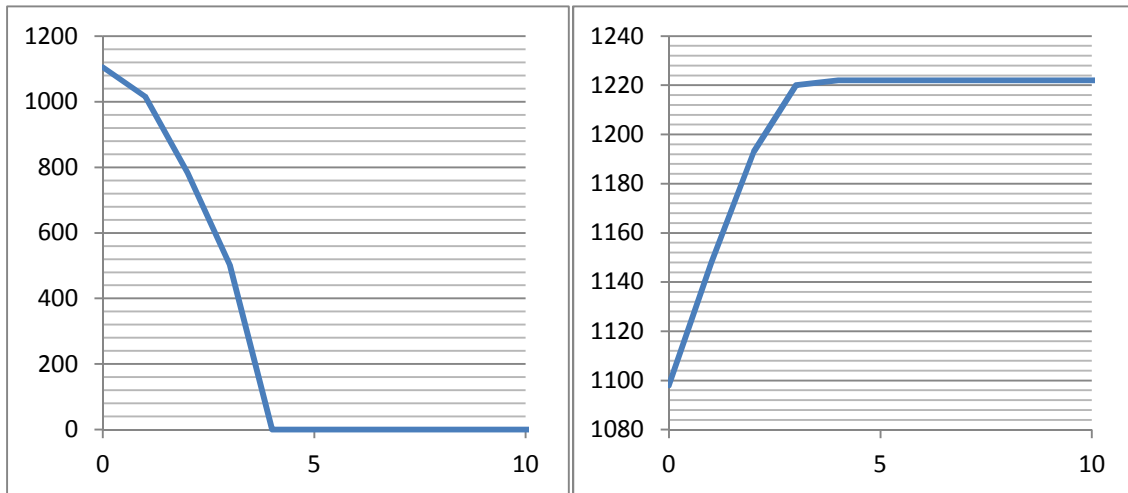


Figura 6.2.4 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 200$ y a la derecha $r = 220$.

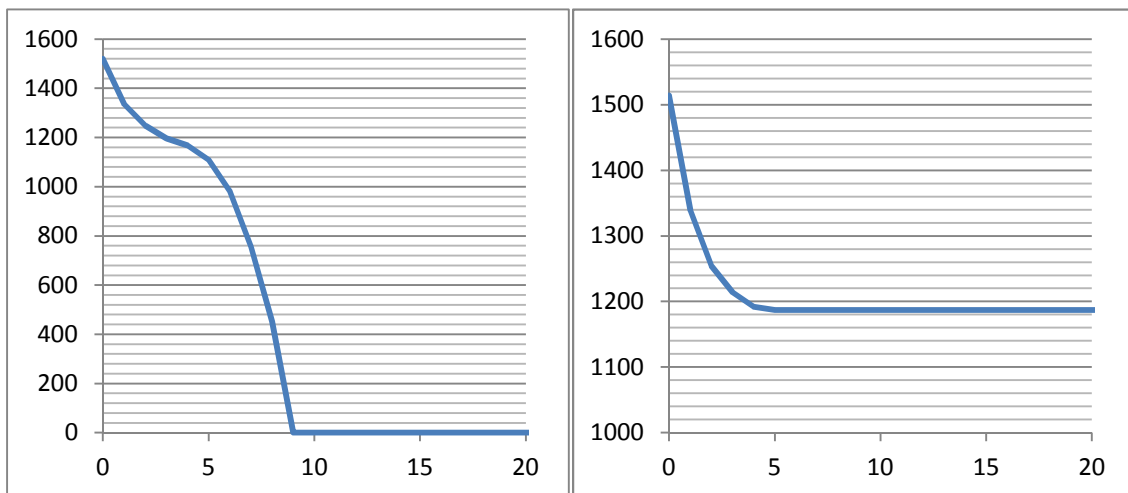


Figura 6.2.5 Simulaciones con el 75% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 0$ y a la derecha $r = 20$.

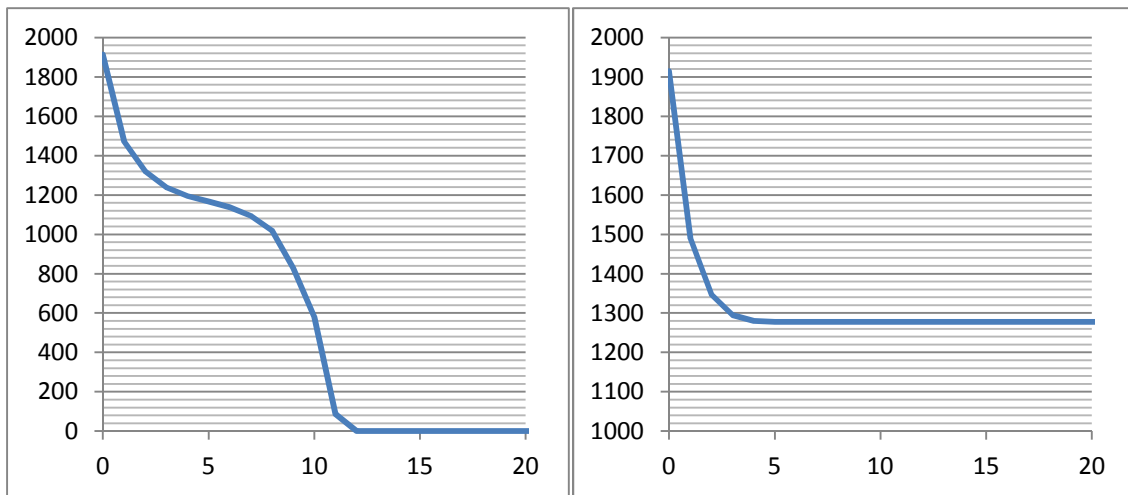


Figura 6.2.6 Simulaciones con el 95% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 0$ y a la derecha $r = 5$.

% De cooperadores iniciales	Factor de multiplicación en %		
	[0, 1.5]	[0, 2.5]	[0, 3.5]
0	100.05	100.1	100.05
5	93.5	88	83.5
10	88	76	69
15	83	68.5	56
20	78.5	61.5	45.5
25	75	56.5	38
30	72	53	31
35	68.5	50	26.5
40	66	45.5	23
45	64.5	41.5	19
50	62.75	37	14.5
55	60.5	33	11
60	59.75	30.5	5
65	58.5	28.5	2
70	57.5	27	1.5
75	56.75	25.5	1
80	56.25	25	0.5
85	56	25	0.5
90	56	25	0.25
95	55.75	24.5	0.25
100	55.5	24.5	0

Como hemos dicho antes, para el intervalo $[0, 3.5]$ la emergencia de la norma se da únicamente por la presión social cuando la aceptación de la norma (α) es máxima, sin ser necesario ningún esfuerzo externo, aunque si que aparecerán defectores, tal y como hemos visto a lo largo de este trabajo.

7. Simulaciones cambiando el intervalo de distribución de sensibilidades para una aceptación de la norma $\alpha = 0.5$.

7.1. Simulaciones con el intervalo de sensibilidades $[0, 1.5]$.

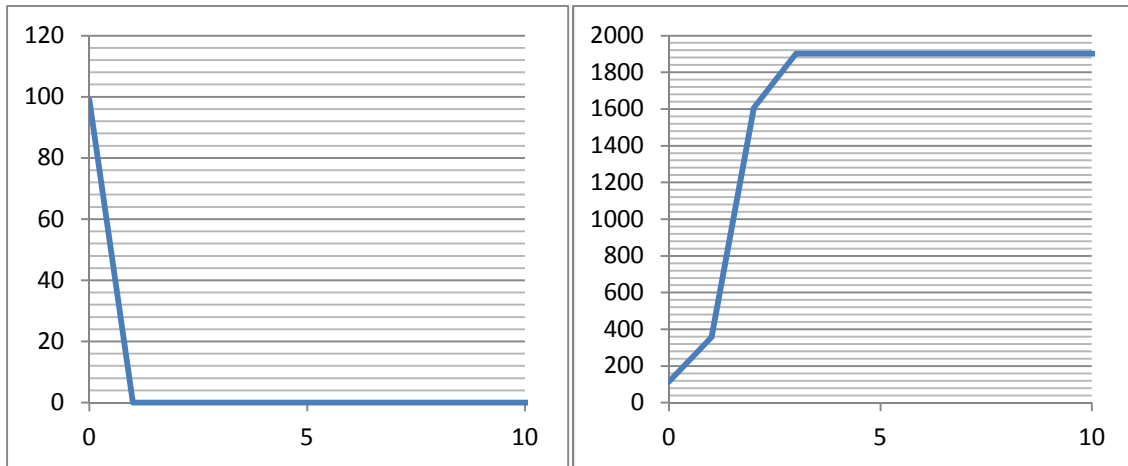


Figura 7.1.1 Simulaciones con el 5% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1930$ y a la derecha $r = 1935$.

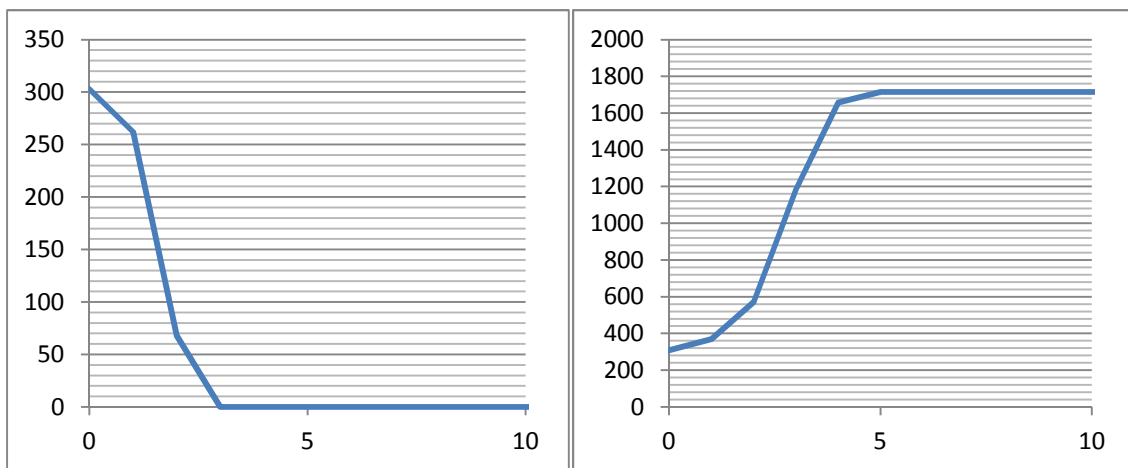


Figura 7.1.2 Simulaciones con el 15% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1870$ y a la derecha $r = 1875$.

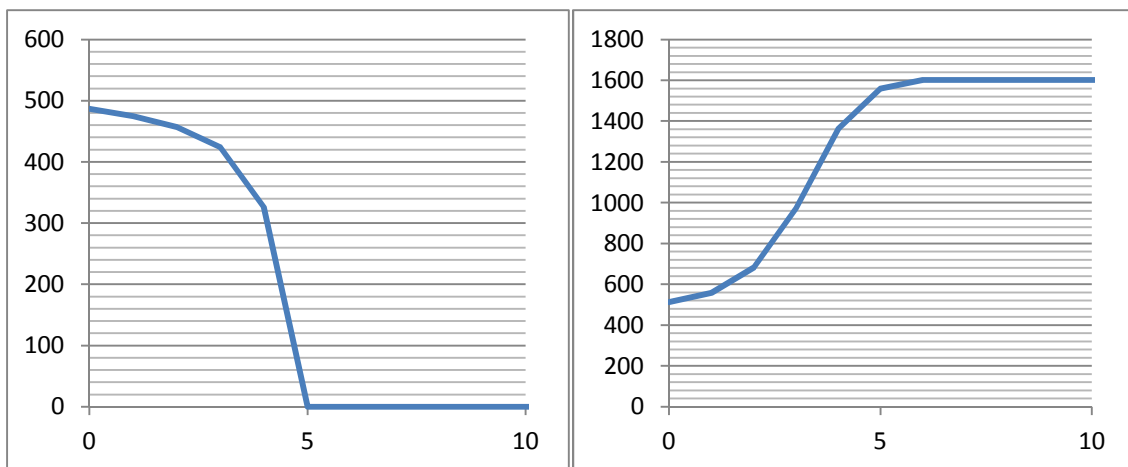


Figura 7.1.3 Simulaciones con el 25% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1740$ y a la derecha $r = 1750$.

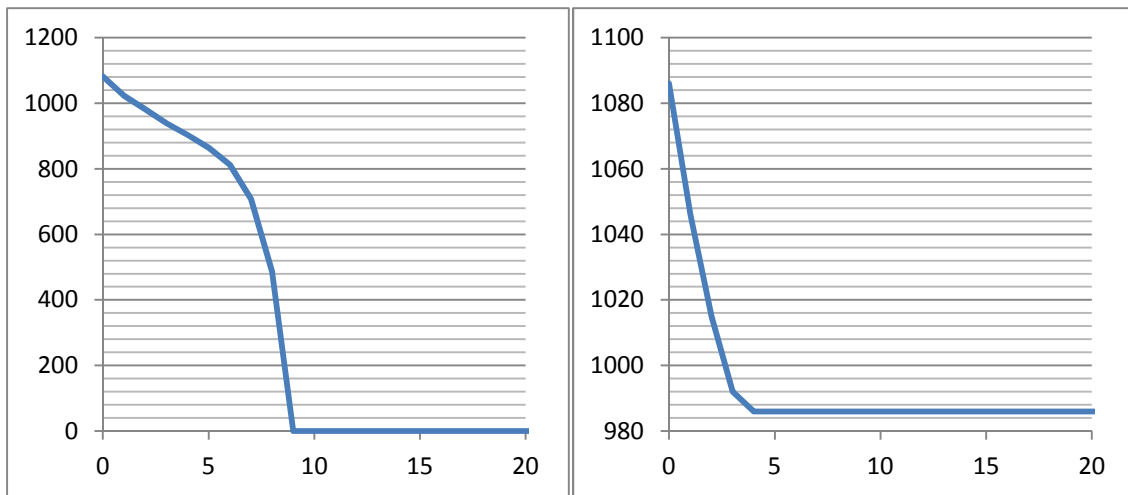


Figura 7.1.4 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1600$ y a la derecha $r = 1605$.

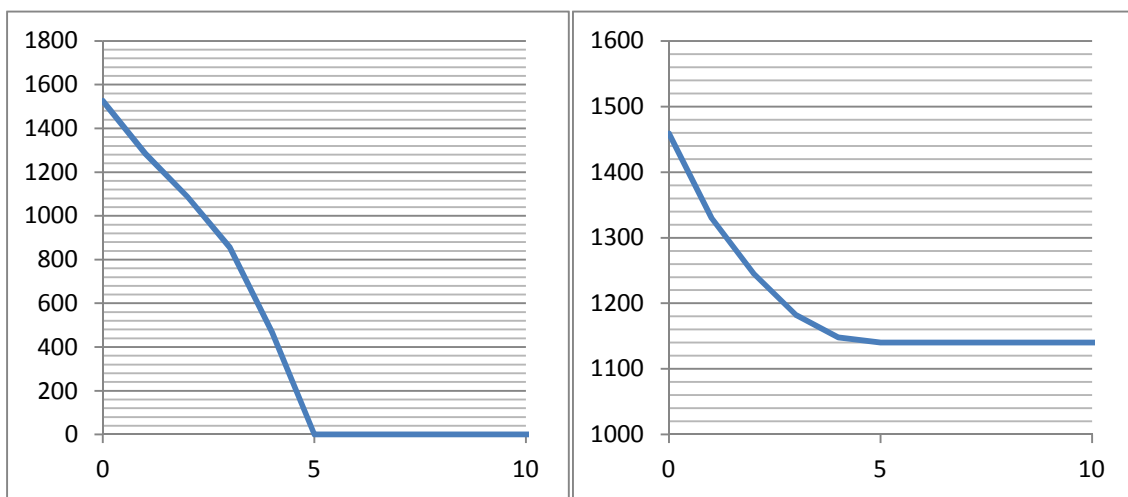


Figura 7.1.5 Simulaciones con el 75% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1560$ y a la derecha $r = 1565$.

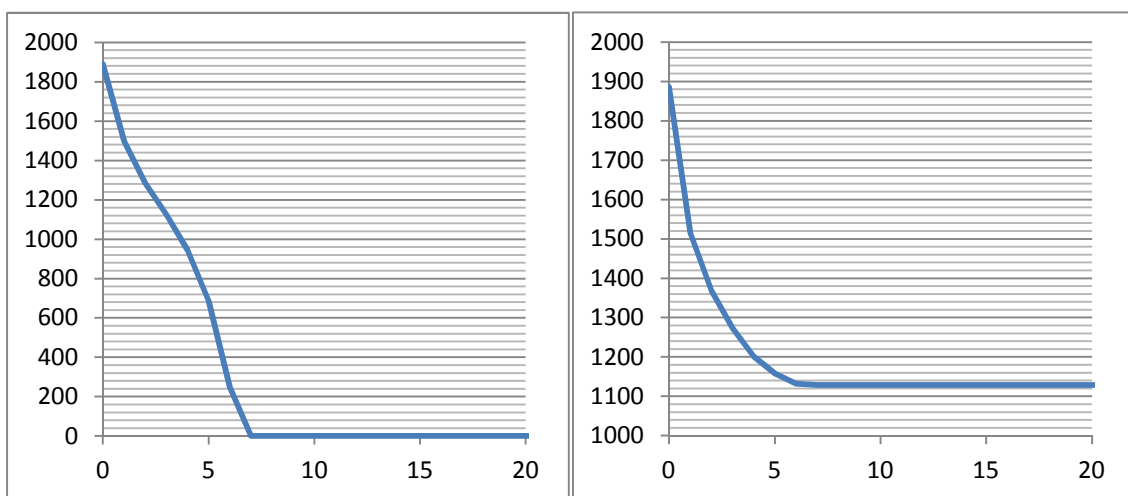


Figura 7.1.6 Simulaciones con el 95% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1550$ y a la derecha $r = 1560$.

7.2. Simulaciones con el intervalo de sensibilidades [0, 3.5].

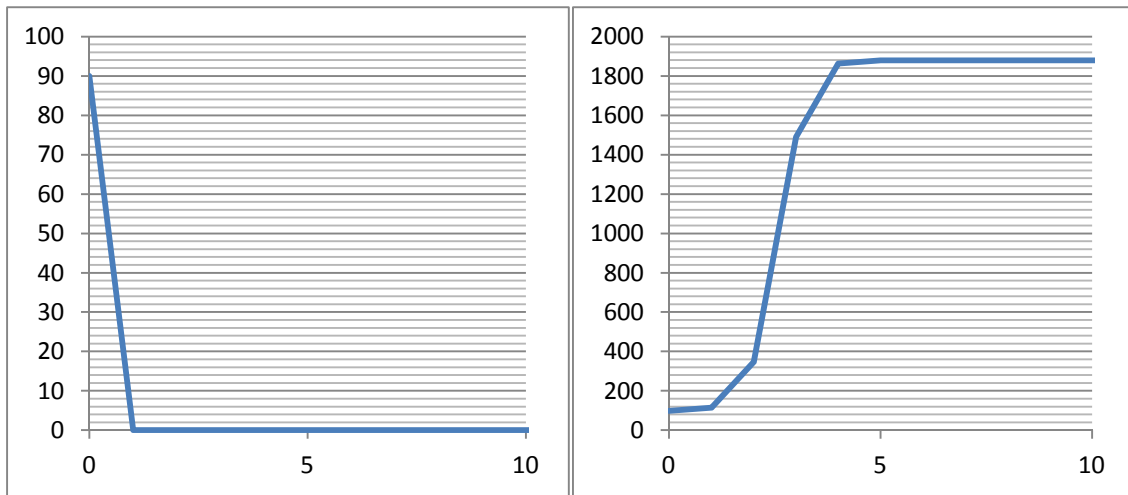


Figura 7.2.1 Simulaciones con el 5% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1830$ y a la derecha $r = 1840$.

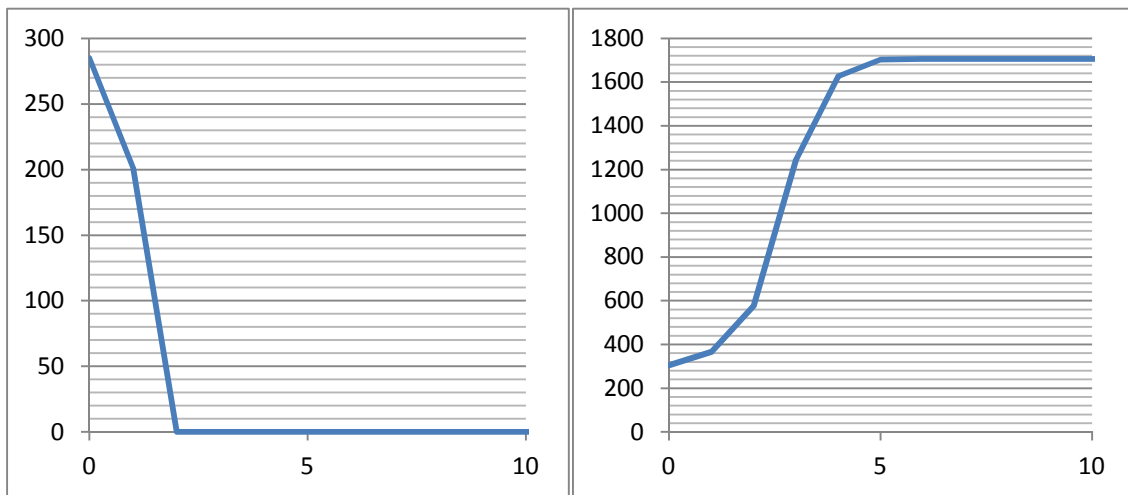


Figura 7.2.2 Simulaciones con el 15% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1570$ y a la derecha $r = 1580$.

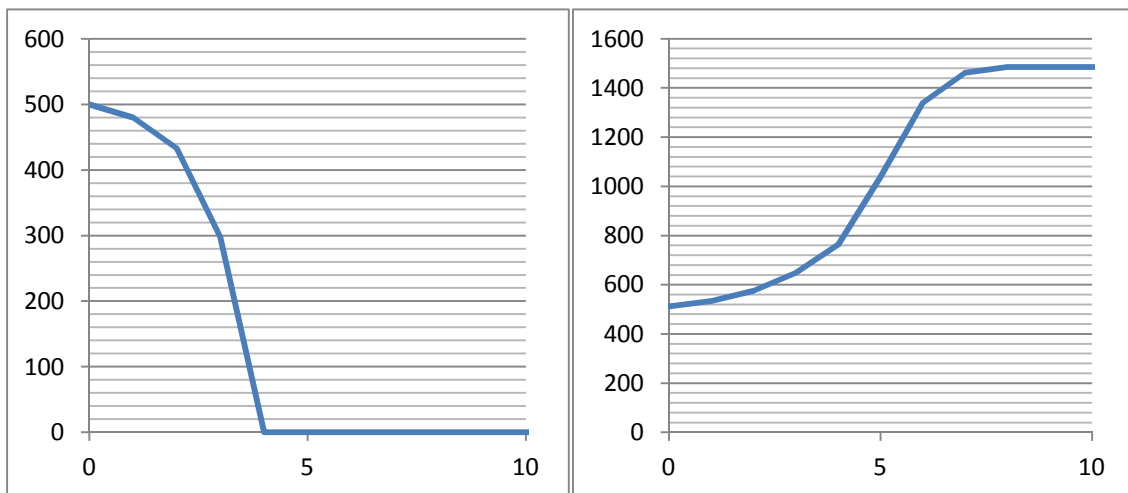


Figura 7.2.3 Simulaciones con el 25% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1360$ y a la derecha $r = 1370$.

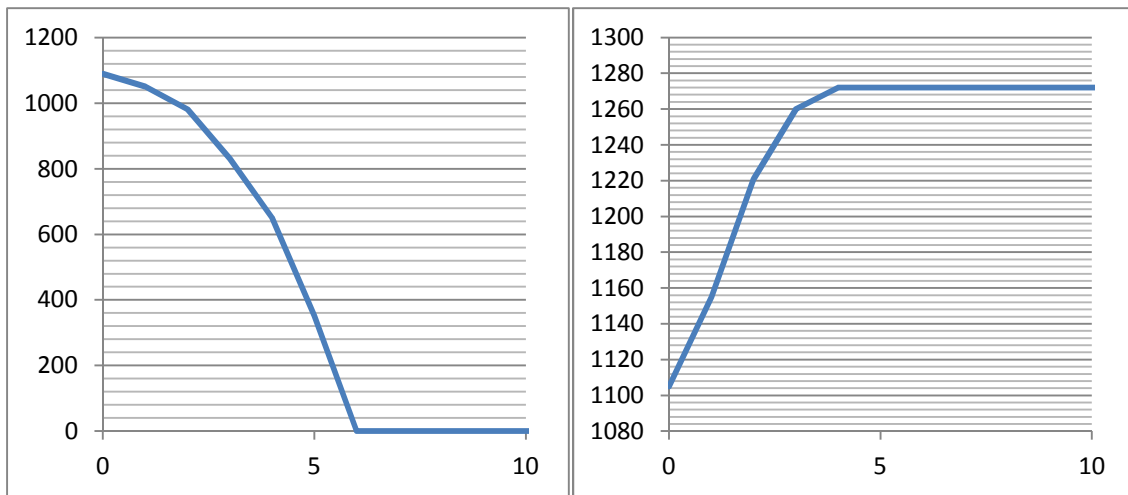


Figura 7.2.4 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 1060$ y a la derecha $r = 1070$.

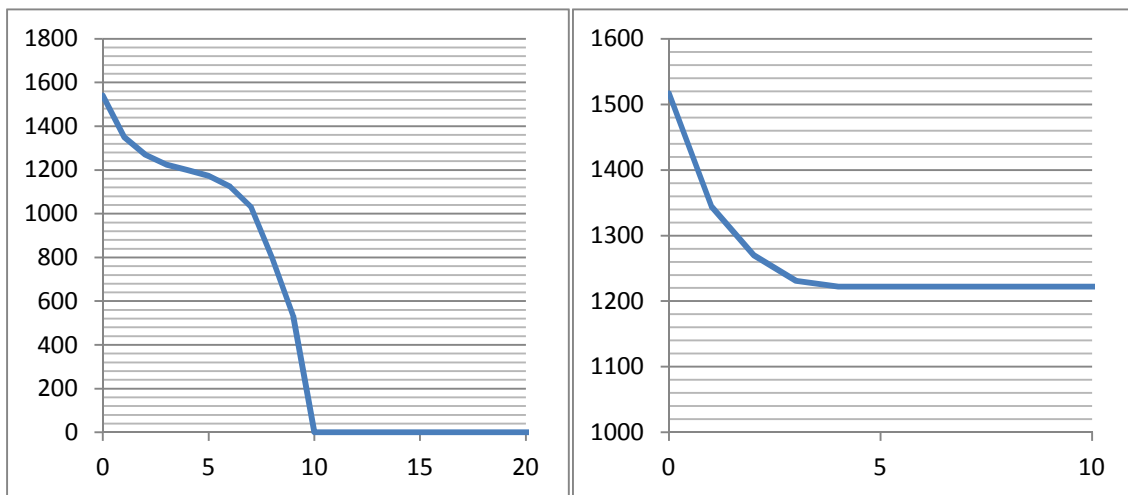


Figura 7.2.5 Simulaciones con el 75% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 970$ y a la derecha $r = 980$.

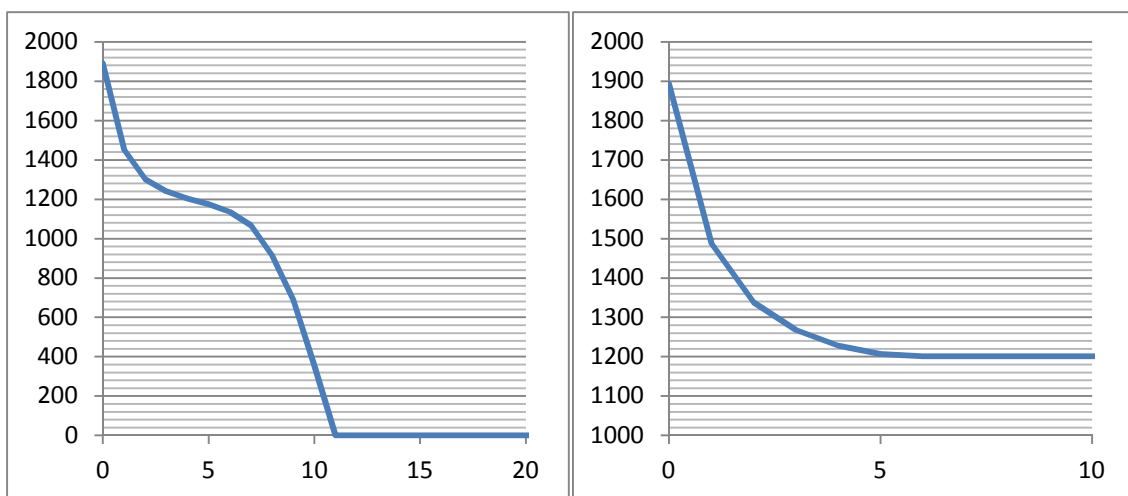


Figura 7.2.6 Simulaciones con el 55% de cooperadores iniciales, a la izquierda $r = 960$ y a la derecha $r = 970$.

Los puntos de cambio de tendencia para los tres intervalos, con predominio de agentes indecisos y grado de aceptación de la norma $\alpha=0.5$ son los indicados en la siguiente tabla:

% De cooperadores iniciales	Factor de multiplicación en %		
	[0, 1.5]	[0, 2.5]	[0, 3.5]
0	100.05	100.1	100.05
5	96.75	94	92
10	93.75	88.5	84.5
15	91.25	85	79
20	89.5	81.5	72
25	87.5	78.5	68.5
30	85.75	76.5	65.5
35	84.5	75	63
40	82.5	73.5	61
45	82	71.5	59.25
50	80.75	70	57.5
55	80.25	67.5	53.5
60	79.5	65	51.5
65	79	64.5	50
70	78.75	63.5	49.5
75	78.25	63.5	49
80	78.25	63	49
85	78.25	63	49
90	78	63	49
95	78	63	49
100	78	63	48.5

